Matematyka gier jako konstytucja zachowań gospodarczych

AUTOR

Fundacja Dobre Państwo

STRESZCZENIE / ABSTRACT

Artykuł stanowi głęboką analizę teorii gier jako kluczowego narzędzia do opisu skomplikowanych interakcji rynkowych. Autor przywołuje postać Johna von Neumanna, który postrzegał matematykę nie jako uproszczenie, lecz jako strukturę zdolną uchwycić zawiłość ludzkich spraw. Tekst koncentruje się na przejściu od klasycznego rachunku różniczkowego do nowoczesnych modeli strategicznych, takich jak reguła minimaksu czy mechanizmy tworzenia koalicji. Czytelnik dowie się, w jaki sposób pojęcia imputacji i dominacji pozwalają na sprawiedliwy podział zasobów oraz jak modele gier znajdują zastosowanie w analizie monopoli i duopoli. Praca rzuca nowe światło na relację między racjonalnością indywidualną a efektywnością grupową, definiując użyteczność oczekiwaną w kontekście dynamicznych loterii i punktów równowagi. To niezbędna lektura dla osób pragnących zrozumieć matematyczną konstytucję współczesnej gospodarki.

This article provides a thorough analysis of game theory as a key tool for describing complex market interactions. The author draws on John von Neumann, who viewed mathematics not as a simplification but as a framework capable of capturing the complexities of human affairs. The text focuses on the transition from classical differential calculus to modern strategic models, such as the minimax rule and coalition formation mechanisms. The reader will learn how the concepts of imputation and dominance allow for the equitable distribution of resources, and how game models are applied to the analysis of monopolies and duopolies. The work sheds new light on the relationship between individual rationality and group efficiency, defining expected utility in the context of dynamic lotteries and equilibrium points. This is essential reading for those seeking to understand the mathematical constitution of the modern economy.

Artykuł analizuje teorię gier Johna von Neumanna i Oskara Morgensterna jako próbę uchwycenia złożoności interakcji ekonomicznych, odrzucając uproszczone modele tradycyjnej ekonomii. Zamiast traktować gospodarkę jako zbiór samotnych

maksymalizatorów, teoria gier postrzega ją jako sieć strategicznych interakcji, gdzie uczestnicy antycypują swoje decyzje, tworzą koalicje i negocjują podział zasobów. Autor eksploruje kluczowe pojęcia teorii gier, takie jak użyteczność, imputacja, dominacja i reguła minimaksu, ukazując ich zastosowanie w analizie realnych problemów gospodarczych, od monopolu bilateralnego po negocjacje płacowe. Artykuł podkreśla, że teoria gier nie tylko dostarcza narzędzi do modelowania zachowań strategicznych, ale także demaskuje ukryte struktury władzy i dominacji w gospodarce, szczególnie w kontekście rosnącej roli sztucznej inteligencji. Stawia pytania o przyszłość rynków i naszą zdolność do regulacji w świecie zdominowanym przez algorytmy.

SŁOWA KLUCZOWE

teoria gier | reguła minimaksu | imputacja | koalicja | użyteczność oczekiwana | dominacja | zachowania gospodarcze | monopol bilateralny | duopol | struktura strategiczna | racjonalność indywidualna | system wypłat | funkcja charakterystyczna | loterie dynamiczne | punkt równowagi

Neumann i Morgenstern: matematyzacja strategii rynkowej

John von Neumann lubił mawiać, że to nie matematyka jest w istocie prosta, a skomplikowane jest dopiero samo życie. Jeżeli tak, to pierwszym obowiązkiem ekonomisty staje się znalezienie takiej struktury formalnej, która potrafi uchwycić właśnie tę komplikację, zamiast ją wygładzać do postaci abstrakcyjnej, lecz pustej elegancji. Von Neumann prowokował stwierdzeniem, że kto uważa matematykę za trudną, ten nie rozumie, jak zawiłe są ludzkie sprawy. W kontekście teorii gier można to odczytać jako program badawczy: uprościć aparat matematyczny do tego stopnia, by mógł bez reszty wchłonąć złożoność strategii, konfliktu i oczekiwań, zamiast ją amputować w imię różniczkowej gładkości funkcji użyteczności i iluzji ogólnej równowagi.

Teoria gier Johna von Neumanna i Oskara Morgensterna jest w tym sensie próbą rekonstrukcji ukrytej konstytucji działań gospodarczych. Zamiast modelować gospodarkę jako świat samotnych maksymalizatorów, zmagających się z martwym tłem parametrów, traktuje ona system ekonomiczny jako gęstą sieć interakcji. To świat ukierunkowany na wzajemne zrozumienie, na

koordynację i blokowanie działań innych, na wytwarzanie i podważanie porządku, który jest jednocześnie normatywną strukturą oczekiwań i technicznym rezultatem sprzężenia strategii. Nie jest to już mechanizm, lecz żywy organizm społeczny.

To, co tradycyjna ekonomia matematyczna redukowała do łagodnych krzywych popytu i podaży, tutaj wraca w postaci dramatycznych gier o niewielkiej liczbie uczestników, w których nieokreśloność nie jest defektem modelu, lecz realną cechą świata. Monopol bilateralny, duopol, oligopol, rynek pracy z silnymi związkami zawodowymi, kartel kredytodawców czy rada nadzorcza korporacji – wszystkie te figury życia gospodarczego dają się przetłumaczyć na język gier strategicznych. Pojęcia takie jak użyteczność, imputacja, koalicja, dominacja czy reguła minimax nie jawią się tu jako abstrakcyjne konstrukty, lecz jako formalne odwzorowania codziennych sporów o cenę, płacę, ryzyko i władzę.

Oskar Morgenstern pisał, że we współczesnej gospodarce wszystko, co zasługuje na miano zdarzenia społeczno-ekonomicznego, ma postać ludzkich działań. Teoria gier traktuje to zdanie z całą powagą. Skoro gospodarka nie jest mechanizmem fizycznym rządzonym przez bezosobowe siły, lecz zbiorem działań, w których podmioty wzajemnie antycypują swoje decyzje, to jej właściwą matematyką staje się matematyka decyzji i konfliktu. A więc kombinatoryka, teoria zbiorów i rachunek zdań, a nie tylko rachunek różniczkowy, który dominuje w fizyce, bo tak dobrze opisuje ciągłe i przewidywalne procesy. Sam Morgenstern podkreślał zresztą, że środek ciężkości w metodach matematycznych ekonomii przesunął się właśnie w tym kierunku.

W tym sensie pytanie, dlaczego zachowania gospodarcze są oparte na regułach matematyki gier, nie jest pytaniem o to, czy przedsiębiorcy i rządy rozwiązują w głowie układy równań. Jest to raczej pytanie o to, czy istnieje taki aparat pojęciowy, który potrafi zrekonstruować, ex post, ukryte reguły koordynacji i konfliktu. To dzięki nim świat przeżywany aktorów gospodarczych nie rozpada się w czysty chaos, choć – o czym przypomina Elżbieta Mączyńska – coraz bardziej zbliża się do stanu naruszonej globalnej równowagi. Teoria gier nie daje gotowych odpowiedzi, ale uczy zadawać właściwe pytania.

Użyteczność oczekiwana: nowa miara satysfakcji gracza

Pojęcie użyteczności w ujęciu von Neumanna i Morgensterna jest zarazem skromniejsze i bardziej radykalne niż w tradycji utylitarystycznej. Skromniejsze, bo świadomie amputuje psychologiczną głębię; autorzy nie pytają, czym jest przyjemność czy dobrostan, interesuje ich wyłącznie surowy

porządek preferencji, czyli relacja „wolę” oraz „jest mi obojętne”. Bardziej radykalne, ponieważ z tej pozornie jałowej relacji domaga się wyprowadzenia twardej, liczbowej skali. Skali, która nie tylko stwierdza, że coś jest lepsze od czegoś innego, ale precyzyjnie określa, o ile jest lepsze, i to w sposób pozwalający na algebraiczne łączenie tej różnicy z rachunkiem prawdopodobieństwa.

Kluczowy manewr, który pozwala na ten skok od prostego porządku do mierzalnej wartości, polega na zastąpieniu statycznych koszyków dóbr dynamicznymi loteriami. Rozważamy zdarzenia alternatywne, z których zrealizować może się tylko jedno, a następnie wprowadzamy operację ich mieszania z określonymi prawdopodobieństwami. Gdy gracz woli loterię, w której z pewnym prawdopodobieństwem wygrywa opcję B, a z pozostałym prawdopodobieństwem opcję C, od pewnego otrzymania opcji A, uzyskujemy cenną informację. Ta prosta dana, powtarzana dla wielu kombinacji, pozwala matematycznie zrekonstruować liczby przypisane do A, B i C w taki sposób, że użyteczność całej loterii jest średnią ważoną użyteczności jej składników.

W ten sposób rodzi się pojęcie oczekiwanej użyteczności, która nie jest psychologiczną miarą satysfakcji, lecz raczej formalnym odpowiednikiem temperatury w termodynamice. Zanim wynaleziono termometr, ludzie doskonale czuli, że jedno ciało jest cieplejsze od drugiego, ale nie potrafili określić, o ile. Dopiero operacje mieszania i równoważenia stanów pozwoliły na wprowadzenie skali liczbowej, w której różnice temperatur poddają się regułom addytywności. Analogicznie, dopiero wprowadzenie loterii, czyli mieszania zdarzeń z prawdopodobieństwami, umożliwia zbudowanie skali użyteczności, gdzie oczekiwana wartość staje się racjonalnym kompasem w nawigacji po niepewnym świecie.

Dopiero Michał Kalecki pokazuje, jak bardzo ta elegancka maszyneria jest wrażliwa na to, kto pociąga za jej dźwignie. Gdy pisze, że kapitaliści jako klasa zarabiają tyle, ile wydają, a wzrost ich konsumpcji – wbrew potocznej logice – może zwiększać zyski, ponieważ wydatek jednego staje się dochodem drugiego, brutalnie demaskuje iluzję. Użyteczność i zysk nie mogą być analizowane wyłącznie z perspektywy samotnego aktora, bez rekonstrukcji całej struktury gry między grupami społecznymi. Kalecki antycypuje tym samym potrzebę języka, w którym funkcje użyteczności opisują nie abstrakcyjnego „konsumenta reprezentatywnego”, lecz ukrytą konstytucję zachowań gospodarczych, zakotwiczoną w relacjach siły i podziału dochodu.

Imputacja: matematyczny schemat podziału zysku koalicji

Gdyby użyteczność pozwalała precyzyjnie mierzyć intensywność pragnień, imputacja stałaby się geometrycznym zapisem podziału nadwyżki między uczestników gry. W teorii gier n-osobowych jest to po prostu system wypłat przypisanych wszystkim graczom, który musi spełniać dwa fundamentalne warunki. Pierwszy to gwarancja indywidualnej racjonalności: każdy otrzymuje przynajmniej tyle, ile mógłby sobie zapewnić, działając w pojedynkę. Drugi to warunek efektywności: suma wszystkich wypłat jest dokładnie równa wartości, jaką może wytworzyć koalicja wszystkich graczy.

Ten z pozoru czysto techniczny formalizm kryje w sobie głęboką, antropologiczną intuicję dotyczącą sprawiedliwości i racjonalności. Warunek indywidualnej racjonalności jest echem minimalnego prawa do uznania: żaden świadomy uczestnik nie zaakceptuje podziału, który stawia go w gorszej pozycji niż samotna walka o swoje. Z kolei warunek efektywności to ukłon w stronę twardej rzeczywistości gospodarki o ograniczonych zasobach – nie można obiecać więcej, niż da się wspólnie wytworzyć i podzielić. Rachunek zdań spotyka się tu z rachunkiem sumienia.

W praktyce ekonomicznej imputacja staje się precyzyjnym, liczbowym odbiciem wszystkich tych praktyk, które prawo i obyczaj próbują nieporadnie uchwycić w kategoriach wynagrodzenia, renty, dywidendy, łapówki czy kary umownej. Gdy zarząd korporacji siada do stołu ze związkiem zawodowym, by ustalić płace, premie i gwarancje zatrudnienia, w istocie negocjuje konkretną imputację. Obie strony szukają takiego jej wariantu, który uznają za wyraźnie lepszy od alternatywnych scenariuszy: wyniszczającego sporu, strajku czy bolesnej restrukturyzacji produkcji.

Koalicje wymuszają współpracę w warunkach konkurencji

Gdy w grze pojawia się trzeci gracz, kończy się prosta arytmetyka, a zaczyna polityka. Naturalnie rodzi się wówczas pojęcie koalicji, czyli podzbioru uczestników zdolnych do skoordynowania swoich działań i przyjęcia wspólnej strategii wobec reszty. W sensie formalnym jest to zbiór, któremu funkcja charakterystyczna gry przypisuje konkretną wartość – rozumianą jako minimalną wypłatę, jaką ta grupa może sobie zagwarantować, niezależnie od tego, jak chaotyczne lub wrogie okażą się posunięcia pozostałych. To jest jej twardy rdzeń siły.

W ujęciu ekonomicznym koalicje przestają być abstrakcyjnymi bytami, a stają się bardzo konkretnymi instytucjami: kartelami surowcowymi, związkami zawodowymi, syndykatami producentów czy grupami akcjonariuszy. Na scenie geopolitycznej przybierają formę bloków handlowych, sojuszy obronnych i reżimów regulacyjnych. Teoria gier odmawia jednak traktowania ich jako patologii czy zakłócenia idealnego rynku. Przeciwnie, widzi w nich immanentny, nieusuwalny wymiar każdej gry gospodarczej.

Jak zauważał Oskar Morgenstern, w nowoczesnej gospodarce zjawiska ekonomiczne są nierozerwalnie splecione z ludzkim działaniem; nie istnieje żadna czysta mechanika cenowa, neutralna wobec struktur władzy i zdolności do organizacji. Koalicje są właśnie matematyczną nazwą dla tej zdolności, która stanowi ukrytą konstytucję zachowań gospodarczych. To ona decyduje, czy dana grupa potrafi przekuć rozproszone interesy w jednolitą strategię, a w konsekwencji – wynegocjować dla siebie korzystniejszy podział łupów.

Dominacja: nietranzytywny mechanizm hierarchii władzy

Aby odróżnić rozwiązania stabilne od tych, które są tylko chwilowymi rozejmami, von Neumann i Morgenstern wprowadzają pojęcie dominacji. Jedna propozycja podziału, zwana imputacją, dominuje drugą, jeżeli spełnia dwa warunki. Po pierwsze, musi istnieć koalicja, która woli ją od alternatywy. Po drugie, i to jest kluczowe, koalicja ta musi mieć realną siłę, by swój wybór narzucić – a siła ta polega na tym, że wartość gry, jaką może sobie zagwarantować, wystarcza na zaspokojenie jej roszczeń.

Co ciekawe, dominacja wymyka się prostej logice hierarchii. Nie jest to relacja przechodnia, co oznacza, że może się zdarzyć, iż propozycja Alfa dominuje Betę, Beta dominuje Gammę, a na koniec Gamma zamyka krąg, dominując Alfę. Ta cykliczność nie jest jednak matematyczną anomalią, lecz precyzyjnym odbiciem politycznych i gospodarczych realiów. Każdy zarząd negocjujący z wieloma grupami interesu zna ten taniec doskonale: sojusz pracowników i dostawców może zablokować jeden podział zysków, koalicja akcjonariuszy i banków zawetuje inny, a alians regulatora z konsumentami udaremni jeszcze trzeci. Żaden z tych układów nie ma trwałej przewagi we wszystkich sytuacjach.

Rozwiązanie gry, które autorzy oznaczają symbolem V, to zbiór propozycji podziału o dwóch fundamentalnych właściwościach. Wewnętrznie panuje w nim pokój – żadna propozycja nie dominuje innej. Zewnętrznie zaś jest agresywny – każda propozycja spoza zbioru jest zdominowana

przez którąś z jego członkiń. I tu właśnie czysta matematyka spotyka się z antropologią. To, co na papierze jest zaledwie zbiorem stabilnych wektorów wypłat, w praktyce staje się standardem zachowania, rodzajem niepisanej konstytucji. Określa ona, jakie podziały nadwyżki są w danej wspólnocie uważane za akceptowalne, a jakie nieuchronnie wywołują mobilizację i próbę zmiany reguł gry.

Reguła minimax: minimalizacja strat w skrajnym ryzyku

Reguła minimaksu, której istnienie dla gier dwuosobowych przy strategiach mieszanych udowodnił John von Neumann, jest w istocie matematycznym sformułowaniem intuicji doskonale znanej każdemu zarządowi korporacji. Gdy działamy w otoczeniu, w którym o wyniku decydują nie tylko nasze błędy, ale i inteligencja przeciwnika, racjonalność nakazuje maksymalizować nie najlepszy możliwy scenariusz, lecz najlepszy spośród tych najgorszych. To chłodna kalkulacja, nie optymistyczna fantazja.

Gracz stosujący minimaks wybiera strategię gwarantującą mu najwyższy możliwy zysk minimalny, z góry zakładając, że rywal zrobi wszystko, by go zminimalizować. Przeciwnik z kolei minimalizuje maksymalną wygraną pierwszego gracza. Twierdzenie von Neumanna dowodzi, że przy dopuszczeniu strategii mieszanych, czyli działań opartych na rachunku prawdopodobieństwa, istnieje punkt równowagi, w którym te dwa pesymizmy się spotykają. To właśnie wartość gry.

Z perspektywy biznesowej minimaks działa jak polisa ubezpieczeniowa od ryzyka strategicznego. Zarząd negocjujący kontrakt z jednym, potężnym odbiorcą nie buduje strategii na nadziei, że kontrahent pozostanie łaskawy. Zamiast tego dba, by nawet jego najbardziej wroga reakcja nie zepchnęła firmy w otchłań niewypłacalności. Minimaks jest więc formalnym językiem dla procedur, które w korporacyjnej nowomowie określa się mianem stress-testów, analiz scenariuszowych czy polityk stop-loss.

Prawdziwie profetyczny wymiar tej reguły odsłania się jednak dopiero w epoce sztucznej inteligencji. Algorytmy uczenia ze wzmocnieniem, optymalizujące ceny w e-commerce czy strategie licytacji na aukcjach, implementują uogólnione wersje minimaksu. Uczą się maksymalizować zysk w środowisku wrogim i nie do końca przewidywalnym. W miarę jak AI staje się nie tylko narzędziem, ale kolejnym aktorem gry ekonomicznej, reguły takie jak minimaks wchodzą do ukrytej konstytucji zachowań gospodarczych, kształtując świat przeżywany nie tylko przez ekonomistów, ale i zwykłych ludzi negocjujących kredyt czy korzystających z dynamicznie wycenianych usług.

Analiza małych liczb: teoria gier w badaniu oligopoli

Von Neumann i Morgenstern z premedytacją celują w te obszary, gdzie tradycyjny aparat ekonomii zawodzi najbardziej: w problemy z małą liczbą graczy. Weźmy monopol bilateralny, czyli rynek z jednym sprzedawcą i jednym nabywcą. Dla klasycznej teorii był to przypadek nierozstrzygalny, analityczna czarna dziura. Wiadomo było jedynie, że cena musi wylądować gdzieś w przedziale między minimum akceptowalnym dla sprzedawcy a maksimum, które gotów jest zapłacić nabywca. Gdzie dokładnie? Cisza.

Teoria gier nie podaje magicznej odpowiedzi, lecz precyzyjnie mapuje tę nieokreśloność. Pokazuje, że istnieje cały przedział cenowy, w którym żadna ze stron nie dysponuje strategią ani koalicją zdolną wymusić jeden, konkretny punkt równowagi. Co więcej, ów przedział jest z reguły szerszy, niż sugerowałyby to klasyczne kryteria. Dzieje się tak, ponieważ teoria gier uwzględnia pełen mechanizm kompensacji: cena jednostkowa może być zaledwie średnią, wypadkową całej mozaiki zróżnicowanych płatności, rabatów, premii i pakietów dodatkowych świadczeń.

Duopol, czyli rynek z dwoma sprzedawcami, demaskuje słabość starych modeli jeszcze dotkliwiej. Klasyczne ujęcia Cournota czy Bertranda opierają się na kruchym fundamencie: założeniu, że każdy gracz ma z góry ustalone, niemal telepatyczne wyobrażenie co do ruchów rywala. Jeżeli jednak przyjmiemy, że obaj są racjonalni i wiedzą o swojej wzajemnej racjonalności, uruchamia się lustrzany korytarz nieskończonych przewidywań. Tradycyjne modele maskują ten problem, milcząco zakładając, że konkurent jest pozbawiony strategicznej refleksji.

Teoria gier traktuje ten regres śmiertelnie poważnie i przekuwa go w strukturę strategiczną. Duopol staje się grą, w której wypłaty jednego gracza zależą w sposób jawny od decyzji drugiego. Rozwiązanie wymaga analizy albo w kategoriach minimaksu, gdy jest to gra o sumie stałej, albo w kategoriach koalicji, gdy do gry wprowadzimy fikcyjnego „resztowego” gracza, który absorbuje nadwyżkę. Dzisiejsze duopole cyfrowe – pomyślmy o globalnych platformach technologicznych kontrolujących rynek reklamy czy wyszukiwania – są spektakularnym potwierdzeniem tej diagnozy. Ich analiza wymaga już jednak włączenia do gry kolejnych aktorów: regulatorów, konsumentów, a nawet państw narodowych.

Aby uchwycić sedno problemu, który teoria gier próbuje rozwiązać, wystarczy miniaturowa zagadka logiczna, która na metapoziomie odsłania strukturę strategiczną. Wyobraźmy sobie trzech aktorów: Zarząd, Inwestora i Regulatora. Każdy z nich formułuje jedno zdanie o zachowaniu pozostałych.

Zarząd twierdzi: jeżeli Inwestor wierzy, że Regulator będzie łagodny, to Zarząd zastosuje agresywną strategię maksymalizacji zysku. Inwestor twierdzi: jeżeli Zarząd zastosuje agresywną strategię, to

Regulator nie będzie łagodny. Regulator twierdzi: jeżeli Inwestor wierzy, że Zarząd zastosuje agresywną strategię i jednocześnie wierzy, że Regulator będzie łagodny, to Regulator będzie surowy.

Na poziomie czystego rachunku zdań mamy do czynienia z pętlą. Próba przypisania tym zdaniom stabilnych wartości logicznych kończy się fiaskiem. Jeśli Inwestor założy łagodność Regulatora, uruchamia agresję Zarządu. Ta z kolei, zgodnie z wypowiedzią Inwestora, implikuje surowość Regulatora, co z kolei unieważnia pierwotne założenie Inwestora. Logiczny obwód się przepala.

Rozwiązanie nie polega na znalezieniu jednego, statycznego wartościowania zdań, lecz na awansie na poziom strategii. Aktor

Modele regionalne: kulturowe uwarunkowania strategii

Gdy potraktujemy teorię gier jako analityczny pryzmat, przez który oglądamy różne modele kapitalizmu, odsłania się ich ukryta konstytucja zachowań gospodarczych. Ujawniają się bowiem fundamentalne różnice w tym, jak definiowane są koalicje, które podziały zysków, czyli tak zwane imputacje, uznaje się za legitymne, oraz jakie strategie minimax, a więc te minimalizujące potencjalne straty, przyjmują kluczowi gracze – państwa i korporacje.

W wielu gospodarkach arabskich, szczególnie w państwach rentierskich, żyjących z dochodów surowcowych, dominującą grą jest dystrybucja renty. Toczy się ona między rodami, klanami, aparatem bezpieczeństwa a dworem politycznym. Koalicje mają tu charakter personalny, a formalne instytucje rynku stają się często fasadą dla nieformalnych układów lojalności i patronatu. Z perspektywy teorii gier oznacza to, że funkcja charakterystyczna v(S), określająca siłę przetargową koalicji, jest dla sojuszy rodowych niezwykle wysoka. Pozwala im to blokować wszelkie reformy zagrażające ich pozycji, podczas gdy koalicje oparte na interesach klasowych, takie jak związki zawodowe, mają znikomą zdolność do wywalczenia korzystnego dla siebie podziału dóbr.

Ameryka Północna to z kolei arena gry, w której dominuje rynek kapitału korporacyjnego, a nadrzędnym celem koalicji akcjonariuszy, zarządu i funduszy inwestycyjnych jest maksymalizacja wartości dla właścicieli. Równocześnie jednak silne instytucje prawne i kultura sporów sądowych tworzą równoległą, złożoną grę między przedsiębiorstwami, regulatorami i konsumentami. W niej równowaga często zapada dopiero na sali sądowej. Rozwinięta w tej tradycji teoria gier w wersji law and economics traktuje prawo jako zestaw bodźców kształtujących strategie, a instytucję pozwów zbiorowych jako potężny mechanizm przesuwania korzyści na rzecz rozproszonych, słabszych uczestników rynku.

Unia Europejska przedstawia się natomiast jako wielopoziomowa gra koalicyjna, w której państwa członkowskie, instytucje unijne, korporacje i związki zawodowe prowadzą nieustanne rokowania nad regułami gry. Anegdotyczna mądrość głosi, że w Brukseli nic nie jest ostatecznie rozstrzygnięte, dopóki nie zostanie uzgodnione w jakiejś grupie roboczej. Z perspektywy teorii gier oznacza to, że rozwiązanie V nie jest pojedynczym punktem, lecz dynamicznym zbiorem możliwych wyników, które muszą jednocześnie spełniać kryteria efektywności, stabilności politycznej i zgodności z normami. Unijne prawo konkurencji, z jego wbudowaną nieufnością wobec karteli i nadużywania pozycji dominującej, jest właśnie próbą ograniczenia zdolności koalicji kapitałowych do narzucania rozwiązań nadmiernie asymetrycznych.

Algorytmy AI: automatyzacja decyzji w systemie rynkowym

Do stołu, przy którym von Neumann i Morgenstern rekonstruowali reguły gry, dosiada się nowy, nieprzewidywalny gracz: sztuczna inteligencja. Jej rola wykracza jednak daleko poza obliczanie optymalnych strategii; systemy te same projektują mechanizmy aukcyjne, rzeźbią systemy dynamicznego cenotwórstwa czy filtrują przepływ informacji. Nie jest to już kolejne narzędzie w arsenale ekonomistów, lecz fundamentalna rekonfiguracja samej tkanki społecznej gry, której stawką jest przyszłość rynków.

Algorytmy uczą się strategii mieszanych w sposób, który przekracza ludzką intuicję, a sama ich obecność na rynku redefiniuje percepcję ryzyka i horyzont oczekiwań. Globalny kapitał widzi w nich dwojaką obietnicę: narzędzie do cięcia kosztów i zacieśniania kontroli nad pracą i popytem, ale też potencjalne źródło nowych, cichych form koordynacji. Stąd już tylko krok do koluzji. Lęk przed algorytmiczną zmową cenową, w której systemy uczą się współpracować na szkodę konsumentów bez żadnej formalnej umowy, jest w istocie lękiem przed niekontrolowanym wyłonieniem się koalicji maszyn, maksymalizujących wspólną imputację zysków.

W tym sensie przyszłość problemów ekonomicznych, które frapowały twórców teorii gier, jest nierozerwalnie związana z pytaniem o naszą zdolność do regulacji. Czy zdołamy zaprojektować instytucje zdolne do sędziowania w grze, w której po jednej stronie stołu siedzą ludzie, a po drugiej – nieludzkie inteligencje? Prof. Elżbieta Mączyńska, ostrzegając przed narodzinami nowej, cyfrowej arystokracji kumulującej zyski z transformacji, domaga się właśnie takich bezpieczników. Jej obrona gotówki to nie sentymentalizm, lecz postulat zachowania ostatniego bastionu wolności ekonomicznej w świecie zdominowanym przez wszystkośledzące platformy.

Ekonomia behawioralna podważa dogmat pełnej racjonalności

Współczesna ekonomia głównego nurtu uczyniła z teorii gier swój system operacyjny, uniwersalny język opisu strategicznych interakcji. Równowaga Nasha stała się podręcznikowym kryterium rozstrzygania gier niekooperacyjnych, a rozwiązania koalicyjne w rodzaju wartości Shapleya pozwoliły doprecyzować, jak sprawiedliwie dzielić nadwyżkę między wielu graczy. Z kolei dylemat więźnia i jego liczne warianty służą za poręczną heurystykę do modelowania sytuacji, w których indywidualna racjonalność staje się przepisem na zbiorową katastrofę.

Jednak w tym eleganckim gmachu racjonalności zaczęły pojawiać się pęknięcia. Coraz głośniejsza krytyka podważała fundamentalne założenia o pełnej racjonalności, nieograniczonych zdolnościach obliczeniowych i doskonałej wiedzy o strukturze gry. Ekonomia behawioralna, wraz ze swoją gałęzią poświęconą grom, demaskuje fakt, że ludzie systematycznie odchodzą od maksymalizacji oczekiwanej użyteczności. Okazuje się, że nadmiernie dyskontujemy przyszłość, jesteśmy gotowi karać innych nawet własnym kosztem, a nasze preferencje zmieniają się w zależności od tego, jak sformułuje się problem.

Z perspektywy krytycznej myśli społecznej nie jest to jednak akt oskarżenia przeciwko samej teorii gier, lecz przeciwko jej uproszczonej, niemal karykaturalnej wersji, w której matematyczna formalizacja zastępuje empiryczną wrażliwość. Jeśli bowiem przyjmiemy, że gospodarka to nieustanna praktyka koordynacji działań, w której roszczenia do prawdy, słuszności i autentyczności podlegają ciągłej krytyce, teoria gier wymaga uzupełnienia. Potrzebuje wymiaru komunikacyjnego, a więc analizy procesów, w których dochodzi się do samej definicji gry, negocjuje jej reguły i zmienia standardy zachowania.

Elżbieta Mączyńska trafnie zauważa, że żyjemy w stanie naruszonej globalnej równowagi, gdzie rosnące zyski korporacji i pogłębiające się nierówności spychają gospodarkę w stronę finansowej spekulacji zamiast w stronę realnych inwestycji. W języku teorii gier jest to opis rozgrywki, w której zbiór możliwych rozwiązań został sztucznie zawężony do tych wysoce korzystnych dla wąskiej koalicji posiadaczy kapitału. Koszty tej koncentracji są zaś zręcznie przerzucane na najsłabszych uczestników gry poprzez globalne rynki pracy i długu.

Michał Kalecki przypomina z kolei, że liderzy biznesu często przedkładają dyscyplinę w fabrykach i stabilność polityczną nad czystą maksymalizację zysku. Oznacza to, że ich funkcje użyteczności obejmują nie tylko strumień dochodów, ale także kontrolę nad siłą roboczą i instytucjonalnymi ramami samej gry. To spostrzeżenie jest radykalnym uzupełnieniem klasycznej teorii użyteczności

von Neumanna i Morgensterna. Okazuje się, że maksymalizacja liczbowej wypłaty nie jest jedyną regułą rządzącą elitami; równie ważne są ich preferencje co do struktury gry jako takiej.

Rachunek prawdopodobieństwa koryguje błędy intuicji

Wyobraźmy sobie wieżowiec ze szkła i stali, wtorkowe przedpołudnie, salę konferencyjną na dwudziestym którymś piętrze. Na ekranie widnieje tytuł: „Warsztat strategiczny: decyzje w warunkach niepewności". Wokół stołu siedzą osoby, które – przynajmniej we własnym mniemaniu – potrafią podejmować decyzje: prezes, dyrektor finansowy, szef sprzedaży oraz przedstawiciel związków zawodowych. Jest też zewnętrzny konsultant ds. zaawansowanej analityki danych, który w praktyce okazuje się wysłannikiem sztucznej inteligencji.

Prezes zaczyna jak zwykle: krótkie wprowadzenie o „dynamicznie zmieniającym się otoczeniu", „wyzwaniach geopolitycznych" i „konieczności podejmowania odważnych, ale odpowiedzialnych decyzji". Po tej swoistej liturgii oddaje głos konsultantowi, który przygotował, jak twierdzi, „model gry strategicznej odwzorowujący naszą sytuację rynkową".

Scenka pierwsza: loteria kontra ubezpieczenie, czyli podwójna schizofrenia

Konsultant wyświetla dwa slajdy. Pierwszy opisuje „nowy produkt loteryjny" dla klientów banku: mikroloterię w aplikacji. Klient może wpłacać 10 zł dziennie, mając szansę jeden do miliona na wygraną w wysokości dwóch milionów złotych. Oczekiwana wartość tej inwestycji wynosi oczywiście ułamek grosza, ale o tym milczy przekaz marketingowy – opakowanie jest w pastelowej kolorystyce, a copywriter przygotował hasło: „Codziennie szansa na odmianę życia".

Drugi slajd przedstawia „mikroubezpieczenie". Klient płaci 10 zł miesięcznie, aby zabezpieczyć się przed mało prawdopodobnym, ale kosztownym zdarzeniem, takim jak poważna awaria sprzętu uniemożliwiająca pracę. Tutaj oczekiwana wartość dla klienta jest dodatnia: ubezpieczenie daje realną ochronę przed katastrofą, jest osiągnięciem „normalności", która warta jest więcej niż cała mikroloteria. Prezes patrzy na oba slajdy i mówi to, co myśli połowa ludzkości: loteria „sprzeda się świetnie", ubezpieczenie zaś „będzie trudne marketingowo". Intuicja podpowiada barwne marzenie, a nie chłodną mechanikę prawdopodobieństwa. Dyrektor finansowy dodaje: „Loteria ma genialną marżę, ludzie kochają emocje". Szef sprzedaży uśmiecha się z aprobatą, konsultant jedynie prycha pod nosem.

Z perspektywy teorii gier i teorii oczekiwanej użyteczności zachodzi tu zjawisko osobliwe. Ci sami ludzie, którzy w planowaniu budżetu firmy stosują ostrożną regułę minimax – czyli wybierają opcję minimalizującą maksymalną możliwą stratę – jako konsumenci bez wahania płacą składkę za

ekstremalnie niekorzystną loterię. Jednocześnie z oporem kupują ubezpieczenie, w którym oczekiwana użyteczność jest dodatnia. Gdy konsultant pokazuje proste drzewko decyzyjne z wartościami oczekiwanymi, sala jeszcze to akceptuje. Lecz gdy dodaje trzeci wariant: „nie kupuję nic, odkładam 10 zł miesięcznie przez 10 lat", okazuje się, że z perspektywy arytmetyki najbardziej racjonalna jest nuda, a nie hazard. W tym momencie prezes żartuje, że „gdyby ludzie byli racjonalni, cała branża marketingowa musiałaby się przebranżowić". Sala wybucha śmiechem, którego komizm polega na tym, że jest to śmiech z samych siebie – z faktu, że preferujemy funkcję użyteczności o kształcie emocjonalnej sinusoidy, a nie równej, monotonnej prostej.

Scenka druga: Monty Hall w wersji korporacyjnej

Konsultant przechodzi do klasyki – problemu Monty'ego Halla, ale w wersji biznesowej. Firma ma wybrać jeden

Teoria gier demaskuje ukryte struktury dominacji rynkowej

Aby ocalić fundamentalne intuicje von Neumanna i Morgensterna, musimy wprowadzić dwie zasadnicze korekty. Po pierwsze, należy porzucić iluzję, jakoby pełna racjonalność i maksymalizacja oczekiwanej użyteczności były adekwatnym opisem ludzkich zachowań, nawet wśród elit gospodarczych. Jak przenikliwie zauważył Kalecki, kapitaliści często przedkładają dyscyplinę i stabilność polityczną nad maksymalizację zysków. To dowodzi, że ich funkcje użyteczności obejmują elementy władzy, prestiżu i kontroli, których nie da się sprowadzić do prostego strumienia dochodu.

Po drugie, gra nie jest kamienną tablicą z raz na zawsze wyrytymi prawami. Jest raczej dynamicznym procesem, współtworzonym przez dyskurs, negocjacje i konflikt. Reguły aukcji, standardy księgowe, przepisy prawa pracy czy normy ochrony danych osobowych – wszystkie te elementy są produktem działania, które dąży do wzajemnego zrozumienia i perswazji, choć proces ten naznaczony jest zazwyczaj siłą potężniejszych koalicji.

Dopóki teoria gier ignoruje ten proceduralny wymiar uzasadniania reguł, pozostaje jedynie technicznym instrumentem, podatnym na zawłaszczenie przez tych, którzy posiadają zdolność projektowania mechanizmów. Profetyczny program, jaki wyłania się z połączenia aparatu VNM z krytyczną teorią społeczną, polegałby na czymś zgoła innym: na uczynieniu z teorii gier narzędzia demaskowania niejawnych struktur dominacji oraz projektowania instytucji, które ograniczają zdolność silnych do narzucania rozwiązań korzystnych tylko dla siebie.

W tym sensie najbardziej realistyczną, a zarazem najbardziej wyzwalającą wizją przyszłości nie jest świat pozbawiony konfliktów, lecz świat, w którym reguły gry podlegają nieustannej krytyce i renegocjacji. Co kluczowe, w procedurach tych muszą wreszcie zabrać głos ci, którzy dotąd byli jedynie niemymi parametrami w funkcjach zysku innych graczy.

Gdy Elżbieta Mączyńska przypomina, że nierównowaga bywa siłą napędową postępu, ale tylko pod warunkiem istnienia instytucji zdolnych przekuwać społeczne dolegliwości w reformy, a Michał Kalecki pokazuje, jak decyzje inwestycyjne kapitału determinują cykl koniunkturalny i los pracowników, oboje domagają się tego samego. Chcą, by gra gospodarcza przestała być traktowana jako naturalny, bezosobowy mechanizm, a została wreszcie ujawniona jako ludzka praktyka, którą można i trzeba poddawać refleksyjnej korekcie.

Von Neumann i Morgenstern dostarczają nam aparatu, w którym ta korekta może być formułowana z matematyczną precyzją. Ich teoria sama jednak domaga się włączenia w szerszy projekt rekonstrukcji dyskursu społecznego, gdzie fundamentalne roszczenia – do uznania, do prawdy i normatywnej słuszności – są weryfikowane nie tylko w sterylnym laboratorium równowagi, lecz także w realnych sporach o płace, podatki, zadłużenie i dostęp do danych.

Dla zarządów korporacji, rad nadzorczych i doradców globalnego biznesu płynie stąd prosty wniosek: znajomość minimaksu, teorii koalicji czy pojęcia imputacji nie jest już specjalistycznym luksusem. Staje się elementem cywilizacyjnej piśmienności. Ekonomia bez teorii gier przypominałaby dziś fizykę, która ignoruje mechanikę kwantową; może wciąż potrafi coś opisać, ale jest ślepa na fundamentalne siły kształtujące świat, w którym przyszło nam działać.

Cyfrowa arystokracja: nowa elita w dobie nierównowagi

Diagnoza Elżbiety Mączyńskiej jest surowa: globalny kapitalizm utracił równowagę, pogrążając się w chaosie, który domaga się nowego instytucjonalnego ładu. U jego podstaw leży narastająca koncentracja bogactwa i formowanie się cyfrowej arystokracji, czerpiącej nadzwyczajne zyski z niematerialnych produktów i usług. Przełóżmy tę obserwację na chłodny język teorii gier. Dotychczasowy zbiór rozwiązań V, czyli standardów zachowań legitymizujących określony podział łupów między pracę, kapitał i państwo, po prostu przestał być stabilny. Rozbiły go nowe, potężne koalicje cyfrowych gigantów, globalnych inwestorów portfelowych oraz armii prekaryzowanych pracowników platformowych. Dominacja platform technologicznych nie jest już bowiem prostym skutkiem technicznej przewagi, lecz wynikiem przechwycenia samej funkcji projektowania gry, w której pozostali gracze zostają zredukowani do roli uczestników akceptujących z góry narzucone reguły aukcji, rankingów i algorytmicznych płac.

Paradoks Monty Halla: pułapki decyzyjne w korporacjach

Konsultant sięga po klasykę, serwując zarządowi problem Monty Halla w korporacyjnym kostiumie. Scenariusz jest prosty: firma ma do wyboru trzy rynki zagraniczne, lecz zasoby pozwalają na ekspansję tylko na jednym. Decyzja jest więc ostateczna, a model ryzyka, przed zebraniem dodatkowych danych, przypisuje każdemu rynkowi równe, wynoszące jedną trzecią, prawdopodobieństwo sukcesu. Zarząd, po burzliwej debacie, stawia na rynek A.

Mija rok i na stół trafiają nowe informacje. W kraju B regulator właśnie zliberalizował przepisy, lokalny popyt eksploduje, a główny konkurent popełnia serię katastrofalnych błędów. Rynek C, dla porządku, pozostaje równie nieprzyjazny jak na początku. Konsultant przedstawia prostą aktualizację bayesowską: w świetle nowych danych rozkład prawdopodobieństwa między B i C uległ dramatycznej zmianie. Rynek B stał się niekwestionowanym faworytem. Co więcej, gdyby decyzję podejmowano dziś, wybór A byłby błędem – należałoby postawić wszystko na B.

Reakcja sali jest podręcznikowa, identyczna z tą, którą obserwujemy u graczy w teleturnieju, gdy prowadzący sugeruje im zmianę drzwi. „Nie możemy co roku rewidować strategii” – stwierdza prezes. „Zmiana byłaby przyznaniem się do błędu, nie mówiąc o kosztach utopionych” – dodaje dyrektor operacyjny. Przedstawiciel związków zawodowych dorzuca argument społeczny: „Lokalna załoga na rynku A poczuje się zdradzona”. Matematyka pozostaje jednak bezlitosna. Z perspektywy oczekiwanej użyteczności, nową informację należało potraktować jak odsłonięcie jednej z przegranych opcji i skorzystać z szansy na zmianę.

Tu właśnie rachunek prawdopodobieństwa spotyka się z rachunkiem sumienia. Intuicja zarządu traktuje bowiem raz podjętą decyzję jako element tożsamości firmy, obudowany emocjami, prestiżem i publicznymi obietnicami. Teoria gier mówi jasno: aktualizuj przekonania, nie przywiązuj się do pierwszego wyboru, bądź bezwzględnie racjonalny. Psychologia odpowiada: perspektywa przyznania się do błędu boli znacznie bardziej niż ciche topienie kolejnych pieniędzy w niepewnej inwestycji.

W akcie lekkiej desperacji konsultant rysuje na tablicy schemat. Wyjaśnia, że trzymanie się rynku A tylko dlatego, że już tam zainwestowano, narusza jedną z fundamentalnych zasad racjonalności, którą von Neumann i Morgenstern wbudowali w aksjomaty teorii oczekiwanej użyteczności. Prezes kwituje to z gorzkim uśmiechem: „Aksjomaty aksjomatami, ale na koniec roku rozliczą mnie z wyniku finansowego, a nie z matematycznej elegancji”. Po sali przetacza się śmiech, w którym słychać więcej rezygnacji niż rozbawienia.

Funkcja użyteczności vs. etyka: granice matematyki

Nie chodzi o to, by udawać, że matematyka gier zastąpi sumienie, a strategia minimaksu wyeliminuje potrzebę empatii. Chodzi o coś znacznie bardziej subtelnego: o unaocznienie, że nasze intuicje, wytrenowane na małych grupach, prostych zależnościach i krótkich horyzontach czasowych, notorycznie zawodzą. Załamują się, gdy próbujemy je przenieść do świata wielkich liczb, długich łańcuchów przyczynowo-skutkowych i skomplikowanych sprzężeń zwrotnych.

Kiedy von Neumann i Morgenstern postulowali swoje koncepcje – numeryczną użyteczność, imputacje czy dominujące rozwiązania – nie chcieli uczynić z człowieka maszyny do maksymalizacji zysku. Chcieli dać nam raczej skalpel do krytycznego badania własnych odruchów. To Kalecki i Mączyńska przypominają nam jednak o brutalnej rzeczywistości: za każdą elegancką funkcją użyteczności kryją się realne konflikty klasowe, siła instytucji i nierówności. Zatem to, jakie gry w ogóle decydujemy się modelować i jakie rozwiązania uznajemy za „stabilne", jest nie tylko ćwiczeniem analitycznym, ale głęboko politycznym wyborem.

Kolizje między intuicją a matematyczną analizą nie są więc błędem do usunięcia, lecz stałym, produktywnym napięciem między światem przeżywanym a światem modeli. Najwyższy czas, aby zarządy, rady nadzorcze i decydenci publiczni nauczyli się traktować te napięcia nie jako pretekst do odrzucenia teorii, lecz jako zaproszenie do podwójnej refleksji. Po pierwsze: czy nasza intuicja nie jest przypadkiem reliktem po grze, której zasady już dawno się zmieniły? Po drugie: czy nasza matematyka nie została niebezpiecznie dostrojona do funkcji użyteczności zbyt wąskiej grupy graczy?

Bo jeżeli czegoś uczy nas zarówno teoria gier, jak i historia kryzysów gospodarczych, to tego, że świat, w którym wygrał tylko jeden gracz, jest w długim okresie światem przegranym przez wszystkich. A to już nie jest paradoks matematyczny, tylko bardzo ludzki dylemat, w którym rachunek zdań spotyka się z rachunkiem sumienia.

> Teoria gier, choć precyzyjna w analizie strategicznych interakcji, przypomina, że za każdą decyzją kryją się ludzkie wartości i konflikty. Czy w świecie zdominowanym przez algorytmy i nierówności uda nam się przekształcić grę gospodarczą w arenę sprawiedliwego dialogu? A może staniemy się tylko pionkami w rozgrywce, której reguły piszą nieliczni?

Inspiracje

[1] **"Theory of games and economics behavior"** John von Neumann, Oskar Morgenstern

1944 | Princeton University Press

Węgiersko-amerykański matematyk, fizyk, informatyk i polihistor. Wniósł znaczący wkład w mechanikę kwantową, analizę funkcjonalną, teorię gier, informatykę i projektowanie komputera cyfrowego. Pracował w Projekcie Manhattan.

Hungarian-American mathematician, physicist, computer scientist, and polymath. Made major contributions to quantum mechanics, functional analysis, game theory, computer science, and the design of the digital computer. Worked on the Manhattan Project.

Institute for Advanced Study, Princeton

Oskar Morgenstern (1902-1977) był ekonomistą pochodzenia niemieckiego, znanym z tego, że wraz z Johnem von Neumannem stworzył teorię gier w dziele „Teoria gier i zachowań ekonomicznych". Wykładał na uniwersytetach w Wiedniu, Princeton i Nowym Jorku.

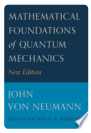
Oskar Morgenstern *(1902-1977) was a German-born economist known for founding game theory with John von Neumann in* ***Theory of Games and Economic Behavior****. He taught at the Universities of Vienna, Princeton, and NYU.*

New York University

Literatura uzupełniająca

Książki

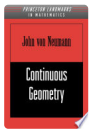
Autorzy przywoływani w artykule:



[1] **"Mathematical Foundations of Quantum Mechanics"**

John Von Neumann

2018 | Princeton University Press | ISBN: 9780691178578



[2] **"Continuous Geometry"**

John Von Neumann

1998 | Princeton University Press | ISBN: 9780691058931

Literatura pokrewna (Google Scholar):

[3] **"Ile jest warta nieruchomość"**

Elżbieta Mączyńska, Mieczysław Prystupa, Kazimierz Rygiel

2004 | Wydawnictwo Poltext, Warszawa | ISBN: 9788388840524



[4] **"Theory of Economic Dynamics: An Essay on Cyclical and Long-Run Changes in Capitalist Economy"**

Michał Kalecki

1993 | Oxford University Press | ISBN: 9780198286660



[5] **"Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses"**

Antoine Augustin Cournot

2023 | Legare Street Press | ISBN: 9781021199461



[6] **"The Essential John Nash"**

John Nash

2016 | Princeton University Press | ISBN: 9781400884087

[7] **"Selected Essays on the Dynamics of the Capitalist Economy 1933-1970"**

Michał Kalecki

1977 | Cambridge University Press

Artykuły naukowe

Autorzy przywoływani:

[1] **"Coalition Tactics: Bribery and Control in Parliamentary Elections"**

Hodaya Barr, Eden Hartman, Yonatan Aumann, Sarit Kraus

2026 | arXiv

[2] **"Dyskryminacyjne modele predykcji bankructwa przedsiębiorstw"**

E. Mączyńska, M. Zawadzki

2006 | Ekonomista

[3] **"Bezpośrednie inwestycje zagraniczne. Światowe i lokalne czynniki dynamizujące"**
E. Mączyńska
1999 | Ekonomista

[4] **"Genotype imputation for genome-wide association studies"**
J. Marchini, B. Howie
2010 | Nature Reviews Genetics

[5] **"Political Aspects of Full Employment"**
Michał Kalecki
1943 | Political Quarterly

[6] **"An Essay on the Theory of the Business Cycle"**
Michał Kalecki
1933

[7] **"Coalition formation in games with externalities"**
Maria Montero
2007 | CeDEx Discussion Paper

[8] **"Théorie Mathématique de la Richesse Sociale"**
Joseph Bertrand
1883 | Journal des Savants

[9] **"Mémoire sur le nombre de valeurs que ne peut prendre une fonction quand on y permute les lettres qu'elle renferme"**
Joseph Bertrand
1845 | Journal de l'École Polytechnique

[10] **"An Overview on Game Theory and Its Application"**
Sajedeh Norozpour, Mehdi Safaei
2020 | IOP Conference Series: Materials Science and Engineering

[11] **"Equilibrium Points in N-Person Games"**
John F. Nash
1950 | Proceedings of the National Academy of Sciences
Google Scholar

[12] "The Bargaining Problem"

John F. Nash, Jr.

1950 | Econometrica

Google Scholar

[13] "A Value for n-person Games"

Lloyd S. Shapley

1953 | In Contributions to the Theory of Games volume II, H. W. Kuhn and A. W. Tucker (eds.)

[14] "College Admissions and the Stability of Marriage"

David Gale, Lloyd S. Shapley

1962 | The American Mathematical Monthly

Artykuły pokrewne (Google Scholar):

[15] "On the introduction of transfinite numbers"

John Von Neumann

1923 | Acta Szeged

[16] "An axiomatization of set theory"

John Von Neumann

1925 | J. Reine Angew. Math

[17] "Proof of the Quasi-Ergodic Hypothesis"

John Von Neumann

1932 | Proc. Natl. Acad. Sci. USA

[18] "Perfect Foresight and Economic Equilibrium"

Oskar Morgenstern

1935 | Zeitschrift fur Nationalokonomie

[19] "A generalization of the von Neumann model of an expanding economy"

John G. Kemeny, Oskar Morgenstern, Gerald L. Thompson

1956 | Econometrica

[20] "Thirteen critical points in contemporary economic theory: an interpretation"

Oskar Morgenstern

1972 | Journal of Economic Literature

Tekst opracowany z udziałem sztucznej inteligencji.
Redakcja i kontrola merytoryczna: Fundacja Dobre Państwo.
APA ONE Publishing System
Fundacja Dobre Państwo © 2026
Article ID: a4b67267-494c-4b75-b7d4-74fa18249668