Teoria grafów jako architektura współczesnych relacji w kontekście książki Aiman S. Gannousa Graph Theory

AUTOR

Fundacja Dobre Państwo

STRESZCZENIE / ABSTRACT

Artykuł prezentuje teorię grafów nie jako dziedzinę matematyki, lecz jako formalny aparat do opisu współczesnych relacji w nauce, gospodarce i technologii. Autor podkreśla przejście od badania izolowanych obiektów ku analizie sieciowej, gdzie znaczenie bytu wynika z jego położenia w strukturze powiązań. Kluczowym elementem jest połączenie modelowania grafowego ze złożonością obliczeniową (notacja Big O), co pozwala uniknąć eksplozji kombinatorycznej przy podejmowaniu decyzji. Tekst, opierając się na publikacji Amman S. Gannousa, pokazuje, jak zamienić intuicyjne spostrzeżenia w precyzyjne diagnozy systemowe, identyfikując wąskie gardła, punkty krytyczne i redundancje. Teoria grafów staje się tym samym narzędziem do optymalizacji przepływów i zarządzania ryzykiem w złożonych ekosystemach.

The article presents graph theory not as a field of mathematics, but as a formal apparatus for describing modern relations in science, economy, and technology. The author emphasizes the transition from studying isolated objects toward network analysis, where the meaning of an entity results from its position within a structure of connections. A key element is the combination of graph modeling with computational complexity (Big O notation), which allows one to avoid combinatorial explosion during decision-making. Drawing on Amman S. Gannousa's publication, the text shows how to turn intuitive insights into precise systemic diagnoses by identifying bottlenecks, critical points, and redundancies. Graph theory thus becomes a tool for optimizing flows and managing risk in complex ecosystems.

Artykuł dowodzi, że teoria grafów i analiza złożoności obliczeniowej przestały być domeną wyłącznie informatyki teoretycznej, stając się fundamentalnym aparatem

poznawczym dla każdego współczesnego profesjonalisty. Autor stawia tezę, że w świecie zdominowanym przez sieci, prawdziwa wartość i sens obiektów – czy to przepisów prawnych, podmiotów ekonomicznych, białek w bioinformatyce, czy tokenów w modelach AI – wynikają nie z ich cech izolowanych, lecz z topologii ich powiązań. Tekst przekształca matematyczny rygor (algorytmy Dijkstry, Forda-Fulkersona czy notację Big O) w narzędzie precyzyjnej diagnozy systemowej, pozwalające odróżnić realną strukturę od pozornych diagramów. Zrozumienie relacji, kosztu ich przetwarzania oraz granic obliczalności jest przedstawione jako jedyny sposób na uniknięcie 'analfabetyzmu strukturalnego' i budowę odpowiedzialnych systemów w epoce sztucznej inteligencji, gdzie elokwencja bez grafowej ścieżki uzasadnienia staje się jedynie pustym szumem.

SŁOWA KLUCZOWE

teoria grafów | złożoność obliczeniowa | grafy wiedzy | struktura relacyjna | wierzchołek i krawędź | notacja Big O | analiza sieciowa | topologia systemu | algorytmy najkrótszych ścieżek | wąskie gardło | centralność w grafie | antyredukcjonizm formalny | grafy eulerowskie i hamiltonowskie | przepływy w sieciach | dopasowanie zasobów

Teoria grafów i złożoność jako aparat analizy współzależności

Teoria grafów to coś więcej niż rozdział matematyki dyskretnej; to gramatyka nowoczesnego świata powiązań. Jej fundamentalne pojęcia — wierzchołek, krawędź, ścieżka, spójność, przepływ, dopasowanie, drzewo, cykl, sąsiedztwo i centralność — tworzą język pozwalający opisywać sieci komputerowe, gospodarkę, prawo, organizacje, kulturę, bioinformatykę czy systemy sztucznej inteligencji. Graf nie jest tu jedną z wielu metafor, lecz jednym z najważniejszych aparatów formalnych, które przekładają rzeczywistość relacyjną na strukturę obliczalną. Tam, gdzie publicysta stwierdza, że „wszystko jest połączone”, teoria grafów pyta bezlitośnie: co dokładnie jest wierzchołkiem, a co krawędzią? Czy krawędź posiada kierunek, wagę, przepustowość, koszt, wiarygodność, aktualność i znaczenie? Dopiero z tego momentu zaczyna się nauka.

Współczesny paradygmat naukowy wyraźnie odchodzi od opisu izolowanych obiektów na rzecz badania relacji, układów, sprzężeń, przepływów i emergencji. Nie oznacza to, że obiekty przestały istnieć, lecz że ich znaczenie wynika dziś przede wszystkim z położenia w sieci. Atom w cząsteczce, gen w sieci regulacyjnej, serwer w infrastrukturze, przedsiębiorstwo w łańcuchu dostaw, przepis w systemie prawa, człowiek w sieci społecznej, dokument w grafie cytowań, token w modelu językowym, miasto w układzie transportowym czy urząd w procedurze administracyjnej — wszystkie te byty mają właściwości własne, jednak ich skuteczność, ryzyko i sens ujawniają się dopiero w relacjach. Graf jest narzędziem epoki, która zrozumiała, że samotny punkt jest informacyjnie ubogi. Dopiero krawędź rozpoczyna opowieść.

Drugim filarem tego paradygmatu jest złożoność obliczeniowa. Jeśli graf określa sposób powiązania elementów, to złożoność mówi nam, ile kosztuje zadanie pytania skierowanego do tej struktury. To rozróżnienie jest zasadnicze. Można dysponować pięknym modelem relacji, ale źle sformułowane pytanie doprowadzi do eksplozji kombinatorycznej. Można posiadać ogromną bazę danych i nie mieć algorytmu, który w rozsądnym czasie udzieli odpowiedzi decyzyjnej. Można korzystać ze sztucznej inteligencji generującej płynne odpowiedzi, lecz bez procedury weryfikacji, czy dana odpowiedź ma poprawną ścieżkę uzasadnienia. W świecie profesjonalnym nie wystarczy wiedzieć — trzeba mieć pewność, że wiedzę da się uzyskać, sprawdzić i wykorzystać w czasie mającym znaczenie praktyczne. Prawda dostarczona po terminie bywa w gospodarce tylko eleganckim nekrologiem decyzji.

Książka prowadzi czytelnika od podstaw teorii grafów do algorytmów i zastosowań, wykazując, że grafy są jednocześnie strukturą matematyczną, modelem informatycznym i narzędziem praktycznym. Autor wprowadza definicje i typy grafów, spójność, grafy eulerowskie i hamiltonowskie, reprezentacje pamięciowe, algorytmy najkrótszych ścieżek, minimalnych drzew rozpinających, przepływów oraz dopasowań, a także klasy złożoności. To nie jest zwykły katalog pojęć, lecz sekwencja intelektualnego dojrzewania: od pytania o naturę relacji, przez sposób jej zapisu, aż po kwestię obliczalności i granic działania. Największym błędem nieprzygotowanego odbiorcy byłoby potraktowanie teorii grafów jako sztuki rysowania diagramów. Diagram jest tylko cieniem grafu; prawdziwy graf zaczyna się tam, gdzie rysunek zastępuje struktura danych i algorytm. Rysunek może uwodzić, graf ma działać. Diagram w prezentacji korporacyjnej pokazuje strzałki między działami. Graf organizacyjny pyta natomiast, czy istnieje ścieżka decyzyjna, jaki jest jej koszt, gdzie występuje wąskie gardło, kto jest wierzchołkiem tnącym oraz które krawędzie są redundantne, a które krytyczne. Diagram strategii mówi „współpraca”. Graf pyta, czy krawędzie są dwukierunkowe, czy tylko jeden dział wysyła dane, a drugi milczy jak klasztor po kontroli audytu. Z tej perspektywy teoria grafów staje się nauką o współzależności, która nie jest tu sentymentalnym sloganem, lecz formalną strukturą.

Grafy jako narzędzie precyzyjnej diagnozy systemowej

Jeśli usunięcie jednego wierzchołka rozspójnia graf, mamy do czynienia z zależnością krytyczną. Gdy przepływ całej sieci ogranicza jedna krawędź, pojawia się wąskie gardło. Jeśli wiele ścieżek prowadzi przez jeden hub, mamy centralizację ryzyka. Fragmentacja występuje wtedy, gdy graf składa się z silnie odseparowanych klastrów, a aktorzy pośredniczący pojawiają się tam, gdzie istnieją mosty między wspólnotami. Z kolei instytucjonalna pętla to sytuacja, w której cykl proceduralny nie prowadzi do ujścia.

Teoria grafów pozwala zatem zamienić intuicyjne skargi na precyzyjne diagnozy. Różnica jest fundamentalna: skarga mówi „system nie działa", podczas gdy graf wskazuje, że system ma martwy koniec, przeciążony węzeł i brak krawędzi zwrotnej.

W ekonomii współzależność grafowa podważa naiwny indywidualizm rynkowy. Firma nie jest samotną wyspą, lecz węzłem kontraktów, kredytów, danych, pracowników, dostawców, klientów, regulatorów, technologii i reputacji. Koszt nie jest wyłącznie cechą pojedynczej transakcji – może zostać przesunięty w inną część grafu.

Oszczędność lokalna często generuje ryzyko globalne; minimalizacja kosztów jednego działu może zwiększyć wydatki całego systemu. Outsourcing usuwa problem z bilansu, ale nie z grafu zależności. Dlatego analiza łańcuchów dostaw, ryzyka koncentracji, zależności technologicznych i odporności infrastruktury wymaga myślenia grafowego. Gospodarka rzadko pęka tam, gdzie najgłośniej deklaruje słabość – pęka tam, gdzie ukryta krawędź okazuje się jedynym mostem.

W prawie współzależność grafowa podważa naiwny formalizm. Norma prawna nie istnieje jako samotne zdanie; jest powiązana z definicjami, wyjątkami, procedurami, organami, sankcjami, terminami, środkami zaskarżenia, odesłaniami i praktyką stosowania. Jeśli ustawodawca tworzy normę bez zrozumienia jej grafu wykonania, produkuje prawo poprawne stylistycznie, lecz wadliwe strukturalnie. Obywatel nie doświadcza prawa jako systematyki kodeksowej, lecz jako ścieżki:

Czy może złożyć wniosek? Czy wie gdzie? Czy organ posiada dane? Czy istnieje termin i czy przysługuje odwołanie? Czy to odwołanie ma sens, czy procedura wraca do punktu wyjścia, a odpowiedzialność znika między węzłami? Dla prawnika przyszłości graf nie będzie ozdobą, lecz narzędziem rekonstrukcji realnej wykonalności norm.

W kulturze współzależność grafowa demaskuje mit suwerennego obiegu idei. Idee nie rozchodzą się dlatego, że są po prostu prawdziwe, piękne albo szkodliwe. Robią to, ponieważ istnieją ścieżki transmisji, huby uwagi, mosty między wspólnotami, klastry odbiorców, algorytmy rekomendacji,

rytuały cytowania i instytucje legitymizacji. Prawda bez ścieżki bywa bezsilna. Fałsz z dobrym routingiem potrafi przebiec społeczeństwo szybciej niż sprostowanie zakłada buty.

Graf kultury nie rozstrzyga o prawdzie, lecz pokazuje, dlaczego jedne treści uzyskują centralność, a inne zostają na peryferiach. Dla kulturoznawcy jest to narzędzie niezbędne, gdyż współczesna symbolika nie krąży już wyłącznie przez książki, szkoły i gazety, lecz przez platformy, rekomendacje, sieci wpływu i mikrospołeczności, których granice są topologiczne, a nie geograficzne.

W inżynierii oprogramowania współzależność grafowa staje się warunkiem utrzymania systemu. Każdy większy system informatyczny posiada swój graf zależności. Gdy jest on przejrzysty, zmiany można planować; gdy pozostaje ukryty, każda poprawka jest eksperymentem na żywym organizmie.

Dług techniczny często okazuje się długiem grafowym: nadmiarem niejawnych krawędzi, cykli zależności i węzłów krytycznych przy jednoczesnym braku izolacji modułów. Programiści nie cierpią z powodu „brzydkiego" kodu, lecz dlatego, że topologia systemu stała się nieprzewidywalna. Kod bez widocznego grafu zależności przypomina miasto bez planu kanalizacji – wszystko działa, dopóki coś nie wybije.

W bioinformatyce współzależność grafowa jest niemal oczywistością ontologiczną. Życie to sieć interakcji: cząsteczki, białka, geny, szlaki metaboliczne, interakcje komórkowe i relacje między organizmem a środowiskiem tworzą warstwy grafów.

Redukcja choroby do jednego elementu bywa użyteczna, lecz często prowadzi do nadmiernych uproszczeń. Choroby złożone, interakcje leków, efekty uboczne, podatności genetyczne i reakcje układów biologicznych wymagają analizy sieciowej. Graf biologiczny nie jest metaforą życia, lecz jednym z języków jego opisu. Tyle że życie, z właściwą sobie ironią, zwykle ma więcej krawędzi, niż badacz ma grantów.

Grafy jako rygorystyczny szkielet kontroli wiedzy

W sztucznej inteligencji współzależność grafowa stanie się jednym z kluczy do przejścia od generowania treści do organizowania wiedzy. Modele językowe imponują, lecz ich słabość ujawnia się tam, gdzie niezbędna jest trwała, jawna i aktualizowalna struktura relacji. Grafy wiedzy, bazy oraz algorytmy grafowe mogą dostarczyć modelom tego, czego sama sekwencja tekstu nie gwarantuje: ścieżek powiązań, typów relacji, kontroli źródeł, weryfikowalnych zależności i odporności na płynne konfabulacje. Model może mówić, ale graf sprawdza, czy robi to w ramach

konkretnej struktury. Nie oznacza to, że graf automatycznie gwarantuje prawdę; wprowadza on jednak warstwę kontroli relacyjnej, bez której język łatwo zamienia się w elegancki dym.

Dane bez grafu są często martwe, ale graf bez złożoności jest niebezpiecznie naiwny. Można zbudować graf powiązań, lecz jeśli nie rozumiemy, które pytania są obliczeniowo kosztowne, będziemy obiecywać niemożliwe. Można stworzyć system rekomendacyjny, ale bez zrozumienia centralności i sprzężeń zwrotnych będziemy jedynie wzmacniać dominujące węzły. Budując system compliance bez analizy ścieżek pośrednich, przegapimy rzeczywiste ryzyko. Podobnie z mapą procedur – brak zrozumienia przepustowości sprawi, że nie zauważymy wąskich gardeł blokujących cały proces.

Graf jest szkieletem. Złożoność jest fizjologią kosztu. Współczesna nauka potwierdza użyteczność tego podejścia poprzez rozwój wielu nurtów: nauki o sieciach, analizy systemów złożonych, teorii algorytmów, grafowych baz danych i sieci neuronowych, bioinformatyki, ekonomii sieci, analizy ryzyka systemowego, cyberbezpieczeństwa oraz badań nad infrastrukturą krytyczną. Wspólnym mianownikiem tych dziedzin jest teza, że relacje tworzą właściwości, których nie da się wyczytać z samych elementów. To antyredukcjonizm formalny – nie sentymentalny, nie mglisty i nie publicystyczny, lecz właśnie formalny. Graf dowodzi, że całość nie jest tylko sumą części, ponieważ krawędzie zmieniają możliwości tych części. Dwa identyczne zbiory wierzchołków mogą wykazywać całkowicie inną dynamikę, jeśli różnią się krawędziami.

To spostrzeżenie powinno być pierwszym przykazaniem każdego reformatora. Krytycy podejścia sieciowego słusznie jednak wskazują na ryzyko nadmiernej formalizacji – szczególnie tam, gdzie grafy stają się dekoracją pozornej obiektywności. Można narysować sieć wpływu, przemilczając spekulatywny charakter krawędzi. Można nadać wagę relacji, nie ujawniając, kto ją ustalił. Można obliczyć centralność i błędnie uznać ją za znaczenie moralne, wykryć wspólnotę w grafie i potraktować ją jak realną tożsamość społeczną lub znaleźć sąsiedztwo i zasugerować winę przez bliskość. Są to błędy nie matematyki, lecz epistemologii i etyki stosowania matematyki.

Graf nie jest sądem, lecz modelem. Sąd zaczyna się dopiero tam, gdzie człowiek i instytucja biorą odpowiedzialność za interpretację tego modelu. Ta rozróżnienie jest kluczowe w prawie. Analiza grafowa to potężne narzędzie wykrywania powiązań, ale prawo nie może uznać samego sąsiedztwa za dowód winy. Powiązanie nie zawsze oznacza sprawstwo, centralność nie zawsze odpowiedzialność, a ścieżka relacyjna nie zawsze świadomość czy kontrolę ekonomiczną. Graf wskazuje hipotezę, kierunek audytu lub ryzyko; nie powinien automatycznie zastępować standardów dowodowych. W przeciwnym razie wpadniemy w algorytmiczną wersję dawnego zabobonu: kto stał blisko czarownicy, sam musi mieć miotłę w garażu.

W ekonomii analogicznym błędem jest utożsamienie centralności z produktywnością. Węzeł centralny może tworzyć wartość, ale może ją również przechwytywać; może koordynować procesy, ale równie dobrze może je blokować. Może to być rynek, ale może też być rentą.

Etyka projektowania grafów i odpowiedzialność za złożoność

Platforma umożliwiająca wymianę lub punkt kontroli narzucający warunki wszystkim peryferiom. Graf pozwala dostrzec ten mechanizm, lecz nie rozstrzyga automatycznie, czy dana centralność jest społecznie korzystna. Tu niezbędna staje się ekonomia instytucjonalna, prawo konkurencji, etyka technologii i polityka publiczna. Matematyka otwiera oczy, ale nie zastąpi sumienia ani sądu antymonopolowego.

W kulturze błędem byłoby uznać, że wszystko, co istotne, musi zajmować centralne miejsce w grafie uwagi. Historia idei pełna jest treści peryferyjnych, które z czasem zmieniały centrum. Innowacja często rodzi się na słabych krawędziach, w mostach między wspólnotami, na styku dyscyplin – tam, gdzie dominujące metryki nie sięgają. Platformowa kultura centralności może zabijać ten potencjał, premiując węzły już widzialne. Graf może więc służyć zarówno wzmacnianiu hegemonii, jak i odnajdywaniu ukrytych mostów. Od projektanta zależy, czy uczyni go narzędziem komercyjnej koncentracji, czy sposobem na odkrywanie niedocenionych powiązań.

W kontekście AI krytyka jest jeszcze ostrzejsza. Jeśli modele będą korzystać z grafów wiedzy budowanych przez dominujące instytucje, mogą utrwalać ich perspektywę jako jedyną strukturę świata. Brak pewnych relacji w grafie sprawi, że model ich nie dostrzeże. Zbyt ubogie kategorie przełożą się na odpowiedzi reprodukujące ubóstwo ontologii. Jeśli źródła będą asymetryczne, graf stanie się elegancką maszyną utrwalania asymetrii. Dlatego przyszłość odpowiedzialnej AI wymaga nie tylko większych modeli, ale lepszych grafów: jawnych, aktualizowanych, pluralistycznych, krytycznie audytowanych i połączonych z mechanizmami wskazywania niepewności. Największy model bez dobrej struktury może być tylko bardzo drogim gawędziarzem.

Tu właśnie pojawia się rola profesjonalnego eksperta, do którego kierowany jest ten esej. Ekspert nie powinien pytać wyłącznie o to, czy graf „działa". Powinien pytać, jaki świat zakłada. Co uznaje za wierzchołek, a co za krawędź? Jaką relację pomija, a którą nadmiernie wzmacnia?

Czy krawędzie są aktualne? Czy wagi są uzasadnione? Czy graf jest skierowany tam, gdzie rzeczywistość jest asymetryczna, czy może pozostał nieskierowany tylko dlatego, że tak było wygodniej? Czy pętle oznaczają autoodniesienie, konflikt interesów, sprzężenie zwrotne, czy po

prostu błąd danych? Czy brak krawędzi oznacza brak relacji, brak danych i obserwacji, czy może brak wyobraźni projektanta? To ostatnie jest szczególnie groźne, gdyż brak wyobraźni często udaje brak faktów.

Złożoność obliczeniowa dodaje do tej etyki projektowania kolejny wymiar: uczciwość obietnicy. Jeśli problem jest NP-trudny, nie wolno sprzedawać klientowi prostego, optymalnego rozwiązania w czasie rzeczywistym bez dopowiedzenia, że stosujemy heurystykę, aproksymację lub ograniczony wariant. Jeśli algorytm sprawdza się dla grafu rzadkiego, nie można zakładać, że zachowa się tak samo przy grafie gęstym. Jeśli macierz sąsiedztwa pozwala na szybkie sprawdzanie krawędzi, nie wolno ignorować jej kosztu pamięciowego przy ogromnej liczbie wierzchołków. Z kolei oszczędna lista sąsiedztwa wymusza pamięć o koszcie wyszukiwania konkretnego połączenia.

Profesjonalizm nie polega na znajomości nazwy algorytmu, lecz na świadomości ceny jego użycia. Notacja Big O jest językiem etyki skali. Mówi nam, co stanie się z kosztem działania, gdy problem urośnie. W małej skali niemal każdy algorytm potrafi udawać rozsądek. W dużej skali maski spadają.

Struktura i złożoność jako fundament zarządzania systemami

Rozwiązania liniowe, logarytmiczne, wielomianowe, wykładnicze i silniowe to nie tylko kategorie matematyczne, lecz różne losy organizacyjne. Liniowy wzrost może przebiegać z godnością. Wykładniczy może eksplodować jak ambicja bez budżetu. Silniowy zaś potrafi zamienić projekt w stanowisko archeologiczne przyszłych audytorów. Big O przypomina, że skala nie wybacza amatorszczyzny: małe błędy projektowe przy niewielkiej ilości danych są jedynie irytacją; te same błędy w wielkich zbiorach stają się strategią samozagłady.

Przypowieść o mieście grafowym zamyka ten etap rozważań. W mieście tym każdy urząd dysponował nowoczesnym systemem, każda baza miała swoje pola, a każde pole – regulamin. Miasto szczyciło się cyfryzacją. Pewnego dnia zapytano jednak, dlaczego przedsiębiorca, chcąc uzyskać decyzję, musi przejść przez siedem instytucji, z których trzecia odsyła do piątej, piąta do drugiej, druga do szóstej, a szósta z powrotem do trzeciej, twierdząc, że „taki jest proces”. Informatyk narysował graf. Prawnik oznaczył obowiązki. Ekonomista policzył koszt czasu, a kulturoznawca nazwał to rytuałem bezradności. Dopiero wtedy odkryto, że miasto nie miało procedury – miało cykl. I jak każdy cykl bez warunku stopu, produkował ruch zamiast rozwiązania.

Bon mot jest prosty: nowoczesność nie tonie w braku danych, lecz w braku struktury. Drugi brzmi: każda instytucja ma swój graf, nawet jeśli go nie narysowała; różnica polega na tym, czy nim zarządza, czy jest przez niego zarządzana. Trzeci: w epoce AI elokwencja jest tania, ścieżka uzasadnienia – droga. Czwarty: kto nie rozumie złożoności, ten myli prototyp z systemem. Piąty: relacja bez definicji jest plotką, relacja zdefiniowana staje się krawędzią, a krawędź z wagą – początkiem odpowiedzialności.

Lektury prowadziły nas przez podstawy, reprezentacje, algorytmy i paradygmat współzależności; czas zebrać tę wiedzę w spójną architekturę. Teoria grafów nie jest zbiorem luźnych technik, lecz uporządkowaną szkołą myślenia, która zaczyna się od prostego aktu rozróżnienia: istnieją elementy i istnieją relacje między nimi. Dopiero potem pojawiają się pytania o typ relacji, sposób jej zapisu, koszt przejścia, przepływ, spójność, dopasowanie zasobów, trasy czy granice obliczalności. To nie jest podręcznikowa sekwencja dla cierpliwych studentów, lecz mapa kompetencji epoki sieci.

Książka wskazuje właśnie taką drogę: od definicji grafu jako struktury wierzchołków i krawędzi, przez klasyfikację grafów prostych, multigrafów, pseudografów, grafów skierowanych i ważonych, aż po spójność, grafy eulerowskie, hamiltonowskie, reprezentacje pamięciowe, algorytmy i klasy złożoności. Najcenniejsze w tej konstrukcji jest to, że teoria nie zostaje zamknięta w abstrakcji, lecz od razu powiązana z bazami danych, sieciami komputerowymi, inżynierią oprogramowania i bioinformatyką.

To poprawna intuicja: grafy są ważne nie dlatego, że można je ładnie zdefiniować, lecz dlatego, że przenoszą ścisłość matematyczną do świata realnych systemów. Pierwszym poziomem architektury wiedzy grafowej jest ontologia – konieczność odpowiedzi na pytanie, co w danym problemie jest wierzchołkiem, a co krawędzią. Wybór ten ma kluczowe znaczenie, ponieważ źle dobrane elementy produkują model, który może być formalnie poprawny, ale poznawczo fałszywy.

W sieci komputerowej wierzchołkiem może być urządzenie, usługa, adres IP, konto użytkownika albo proces. W prawie – przepis, organ, podmiot, decyzja, obowiązek lub dokument. W gospodarce – firma, produkt, transakcja, magazyn, kontrakt czy kompetencja. W bioinformatyce zaś atom, białko, gen, sekwencja, funkcja biologiczna albo jednostka chorobowa.

Wielopoziomowa architektura grafów: od ontologii do złożoności obliczeniowej

Nie istnieje graf neutralny wobec wyboru ontologii. Każdy z nich deklaruje, które byty uznaje za elementarne dla badanego problemu. Drugim poziomem jest typologia relacji. Krawędź może być

nieskierowana lub skierowana, ważona lub nieważona, pojedyncza lub wielokrotna, stabilna lub czasowa, pewna lub probabilistyczna, materialna bądź logiczna. Połączenie między dwoma serwerami może oznaczać kabel, tunel VPN, zależność autoryzacyjną albo relację replikacji danych. Krawędź między firmami może wskazywać na własność, dostawę, kredyt, wspólnego beneficjenta, konflikt interesów lub zależność technologiczną. W przypadku tekstów może to być cytowanie, polemika, parafraza, inspiracja, plagiat albo wspólne źródło. Jeśli wszystkie te relacje opiszemy jednym ogólnym słowem „powiązanie", otrzymamy graf mglisty. Taki graf jest jak mapa, na której autostrada, rzeka, mur i granica państwa mają ten sam kolor. Niby coś pokazuje, ale prowadzi prosto do katastrofy interpretacyjnej.

Trzecim poziomem jest reprezentacja. Macierz sąsiedztwa, macierz incydencji i lista sąsiedztwa to nie tylko techniczne warianty zapisu, lecz różne polityki pamięci. Macierz sąsiedztwa obiecuje błyskawiczną odpowiedź na pytanie, czy dwa wierzchołki są połączone, ale płaci za to pamięcią. Lista sąsiedztwa skupia się na realnych powiązaniach i oszczędza przestrzeń, choć sprawdzenie konkretnej krawędzi może wymagać przeszukania listy. Macierz incydencji z kolei traktuje krawędzie jako obiekty priorytetowe; pozwala precyzyjnie określić, które wierzchołki uczestniczą w danych relacjach. Wybór reprezentacji jest więc wyborem priorytetu poznawczego: szybka kontrola połączenia, ekonomiczna nawigacja po sąsiedztwie albo analiza udziału w relacjach.

Czwartym poziomem są własności strukturalne. Spójność (silna i słaba), stopnie wierzchołków, mosty, wierzchołki tnące, cykle, ścieżki, komponenty, centralność i dwudzielność pozwalają rozstrzygnąć, czy graf jest tylko zbiorem połączeń, czy rzeczywistym systemem. Spójność mówi nam, czy można dotrzeć z jednych obszarów do innych. Mosty wskazują krawędzie krytyczne, a wierzchołki tnące punkty, których usunięcie rozbije strukturę. Dwudzielność pozwala modelować konflikty lub dopasowania między dwiema klasami obiektów. Stopień wierzchołka informuje o lokalnej liczbie relacji, co jednak nie wystarcza do oceny globalnej roli: węzeł o małym stopniu może być kluczowym mostem między światami, podczas gdy hub o wielkim stopniu może okazać się jedynie hałaśliwym centrum powtórzeń. Graf uczy, że znaczenie strukturalne bywa subtelniejsze niż liczba kontaktów.

Piątym poziomem są algorytmy – to one zamieniają strukturę w działanie. Fleury i Hierholzer pokazują, jak przejść przez każdą krawędź dokładnie raz. Dijkstra i Bellman-Ford uczą szukania najkrótszych ścieżek w zależności od charakteru wag. Prim i Kruskal wskazują, jak połączyć wszystkie wierzchołki minimalnym kosztem bez tworzenia cykli. Ford-Fulkerson i Dinic wprowadzają myślenie o przepływie, przepustowości i sieciach residualnych, natomiast Hopcroft-Karp i algorytm kwiatowy Edmondsa służą do rozwiązywania problemów dopasowania w grafach

dwudzielnych i ogólnych. Każdy z tych algorytmów jest techniką, ale i wzorcem myślenia; nie jest tylko odpowiedzią na zadanie, lecz dyscypliną działania pod ograniczeniami.

Szóstym poziomem jest złożoność obliczeniowa. Tu architektura wiedzy uzyskuje rygor dorosłości. Dopóki pytamy wyłącznie o to, czy coś można zrobić, pozostajemy w świecie dziecięcej informatyki. Prawdziwe pytanie brzmi: w jakim czasie, przy jakim zużyciu pamięci i dla jakiego rozmiaru danych – w najgorszym przypadku, przy konkretnych założeniach strukturalnych i z określonym ryzykiem błędu? Notacja Big O nie jest matematyczną ozdobą, lecz ostrzeżeniem przed skalą. To ona rozstrzyga, czy rozwiązanie przetrwa kontakt z rzeczywistością większą niż demonstracja na konferencji. Prototyp wybacza prawie wszystko; produkcja nie wybacza niczego, a wielka skala jest egzaminatorem o temperamencie komornika.

Klasy P, NP, NP-zupełne i NP-trudne tworzą język granic obietnicy. Klasa P oznacza algorytmy działające w czasie wielomianowym. Klasa NP to problemy, dla których potrafimy szybko zweryfikować certyfikat rozwiązania. Problemy NP-zupełne to najtrudniejsze zagadnienia w klasie NP, do których można sprowadzić każdy inny problem z tej grupy. Z kolei problemy NP-trudne mogą wykraczać poza samą klasę NP, szczególnie w wariantach optymalizacyjnych. Ta klasyfikacja jest niezbędna w profesjonalnym świecie, gdyż chroni przed fałszywą sprzedażą prostoty. Nie każdy problem grafowy ma eleganckie rozwiązanie i nie każde żądanie „optymalizacji” jest rozsądne. Nie każda ścieżka przez przestrzeń możliwości da się przejść przed końcem kwartału, nawet jeśli zarząd głęboko wierzy w transformację cyfrową.

Siódmym poziomem jest zastosowanie dziedzinowe.

Wszechstronność grafów i granice modelowania

W bazach danych grafy pozwalają traktować relacje jako fundament struktury informacji. W sieciach komputerowych służą do modelowania topologii, routingu, odporności, redundancji i przepustowości. Inżynieria oprogramowania wykorzystuje je do ujawniania zależności, przepływów sterowania, maszyn stanów oraz architektur usług. Bioinformatyka opisuje za ich pomocą molekuły, interakcje białkowe, sieci genowe, szlaki metaboliczne i składanie sekwencji. W ekonomii modeluje się tak łańcuchy dostaw, ryzyko systemowe, dopasowania zasobów i strukturę rynków. Prawo mapuje w ten sposób odesłania, obowiązki, kompetencje, odpowiedzialność oraz ścieżki proceduralne. Kultura z kolei ukazuje obiegi znaczeń, centralność autorytetów, mosty między wspólnotami i topologię widzialności. W AI grafy dostarczają relacyjnego rusztowania dla wiedzy, wyszukiwania, weryfikacji i integracji modeli językowych z rzeczywistymi danymi.

Ósmy poziom to krytyka. Dojrzała obrona teorii grafów wymaga wskazania jej ograniczeń. Graf z natury upraszcza rzeczywistość; choć uproszczenie jest warunkiem obliczalności, może stać się źródłem przemocy poznawczej, jeśli zostanie pomylone z pełnią bytu. Węzeł nie wyczerpuje osoby. Krawędź nie wyczerpuje relacji społecznej. Waga nie wyczerpuje wartości. Centralność nie wyczerpuje znaczenia. Sąsiedztwo nie dowodzi winy, a brak krawędzi nie zawsze świadczy o braku relacji — czasem dowodzi jedynie braku danych, dostępu lub wyobraźni projektanta. Krytycy technokratycznego modelowania mają rację, ostrzegając przed fetyszyzacją modeli. Mylą się jednak, gdy z tej krytyki wyprowadzają niechęć do formalizacji jako takiej. Odpowiedzią na zły graf nie jest rezygnacja z niego, lecz lepszy graf, jawniejszy model, staranniejsza ontologia i odpowiedzialniejsza interpretacja.

Dziewiąty poziom to etyka i prawo odpowiedzialności. Jeśli grafy decydują o rekomendacjach, ryzyku kredytowym, wykrywaniu nadużyć, planowaniu infrastruktury, analizie relacji biznesowych, priorytetyzacji kontroli, diagnostyce chorób czy automatyzacji decyzji, muszą podlegać pytaniom normatywnym: Kto zdefiniował relacje? Kto dobrał wagi? Kto ma dostęp do grafu i kto może zakwestionować krawędź? Kto odpowiada za błędną inferencję? Jak odróżnić korelację od odpowiedzialności? W jaki sposób aktualizować graf, usuwać dane i dokumentować decyzje?

Pojawia się pytanie: jak chronić osoby peryferyjne przed niewidzialnością, a osoby sąsiadujące z ryzykiem przed niesprawiedliwą stygmatyzacją? W epoce grafów prawo ochrony danych, prawo konkurencji, compliance i regulacje AI muszą nauczyć się myśleć relacyjnie. Ochrona pojedynczego rekordu nie wystarczy, gdy wrażliwa informacja rodzi się z samej struktury powiązań.

Algorytmiczne metafory jako narzędzia diagnozy systemowej

Dziesiąty poziom to epistemologia AI. Model językowy, który ma odpowiadać profesjonalnemu ekspertowi, musi rozumieć różnicę między zdaniem, ścieżką uzasadnienia a grafem wiedzy. Zdanie może być poprawne językowo, lecz fałszywe rzeczowo. Ścieżka uzasadnienia bywa przekonująca retorycznie, choć przerwana dowodowo. Graf wiedzy z kolei może być spójny technicznie, a jednocześnie błędny ontologicznie. Dlatego przyszłość systemów eksperckich nie tkwi w samym zwiększaniu modeli, lecz w lepszym sprzężeniu generowania, wyszukiwania, reprezentacji relacyjnej, obliczeń grafowych i walidacji.

AI nie powinna jedynie „mówić o grafach”. Powinna umieć na nich pracować: ujawniać niepewność krawędzi, odróżniać typy relacji, weryfikować ścieżki i nie udawać, że płynność wypowiedzi

zastępuje dowód. W tym punkcie architektura wiedzy grafowej zaczyna przypominać projekt konstytucyjny dla świata danych. Ontologia definiuje to, kto istnieje w modelu. Typologia relacji określa uznane więzi. Reprezentacja odpowiada za pamięć, algorytmy za działanie, a złożoność za granice wykonalności. Zastosowania przekładają się na praktykę, krytyka na pokorę, etyka na sprawiedliwość, zaś epistemologia na prawdę.

Bez któregokolwiek z tych poziomów graf staje się albo zabawką akademicką, albo narzędziem technokratycznej ślepoty. Dopiero razem tworzą dojrzałą kompetencję grafową. Trasy Eulera i Hamiltona można tu potraktować jako dwie przypowieści o różnych typach problemów. Euler pyta o krawędzie, Hamilton o wierzchołki; pierwszy daje eleganckie kryteria, drugi prowadzi ku trudności.

Uczy to, że zmiana perspektywy z relacji na obiekty (lub odwrotnie) może całkowicie zmienić klasę problemu. W organizacji jest podobnie: czasem łatwo przejść przez wszystkie procedury, ale trudno dotrzeć do wszystkich aktorów. Czasem łatwo odwiedzić wszystkie instytucje, lecz trudno wywiązać się ze wszystkich zobowiązań. Można z łatwością zebrać podpisy, ale trudno usunąć krawędzie konfliktu. Nie istnieje jedna, ogólna „optymalizacja" – są jedynie pytania o strukturę, z których każde może mieć inną trudność.

Minimalne drzewo rozpinające (MST) i maksymalny przepływ również tworzą parę przypowieści. MST mówi: połącz wszystkich bez zbędnego nadmiaru; jest nauką oszczędnej integracji. Max flow mówi: sprawdź, ile naprawdę może przejść przez system; to nauka przepustowości. Organizacja znająca tylko MST może stworzyć system zbyt szczupły i pozbawiony odporności. Ta, która zna tylko przepływ, ryzykuje inwestowanie w kanały bez pytania o koszt łączności. Dojrzałość polega na umiejętności zestawiania algorytmicznych metafor, a nie na klękaniu przed jedną. Grafy uczą pluralizmu metod: inne pytanie wymaga innego algorytmu i innej odpowiedzialności.

Dijkstra oraz Bellman-Ford tworzą przypowieść o świecie kosztów. Dijkstra mówi: w świecie nieujemnych wag można iść zachłannie, z rosnącą pewnością. Bellman-Ford ostrzega: w świecie ujemnych wag trzeba uważać na cykle, które unieważniają prostą intuicję drogi. Jest to wyjątkowo aktualne dla gospodarki i prawa, gdzie wiele patologii instytucjonalnych wynika z ujemnych cykli zachęt. Opłaca się opóźniać, komplikować czy przerzucać odpowiedzialność; opłaca się produkować czynności zamiast rezultatów. Algorytmiczna metafora nie jest tu ozdobą, lecz narzędziem diagnozy.

Jeśli system wynagradza ruch bez postępu, będzie go produkował. Nie potrzeba do tego złych ludzi – wystarczy zły graf zachęt. Z kolei Hopcroft-Karp i Edmonds tworzą przypowieść o dopasowaniu.

W grafie dwudzielnym świat jest uporządkowany: jedna strona, druga strona i relacje dopuszczalności. W grafie ogólnym pojawiają się cykle nieparzyste i większa złożoność.

W życiu społecznym wiele systemów próbuje udawać graf dwudzielny, gdyż łatwiej zarządzać światem podzielonym na dwie klasy: kandydaci i stanowiska, podaż i popyt, urząd i obywatel, szkoła i uczeń czy pracodawca i pracownik. Tymczasem rzeczywistość często jest grafem ogólnym: role się mieszają, relacje są wielostronne, a cykle wpływu nieparzyste i niewygodne. Proste dopasowanie tu nie wystarcza. Algorytm kwiatowy staje się więc symbolem dojrzałej abstrakcji: gdy świat nie jest dwudzielny, nie wolno go przemocą kolorować na dwie strony tylko dlatego, że formularz ma dwie rubryki.

Grafy jako fundamentalna kompetencja intelektualna profesjonalisty

Reprezentacje grafów są w istocie przypowieścią o pamięci instytucji. Macierz sąsiedztwa to instytucja gotowa natychmiast sprawdzić relację między dwiema jednostkami, lecz płacąca za tę sprawność ogromnym zapotrzebowaniem na pamięć. Lista sąsiedztwa to model ekonomiczny – przechowuje realne sąsiedztwa i sprawnie porusza się po sieci, choć jest mniej wygodna przy pytaniach punktowych. Macierz incydencji z kolei traktuje relacje jako byty pierwszorzędne, a nie tylko jako kreski łączące podmioty.

W prawie, gospodarce czy administracji wybór sposobu zapisu danych jest wyborem władzy. To, co system zapisuje łatwo, łatwo potem dostrzega; to, czego nie zapisuje, znika z pola decyzji. Architektura danych jest polityką poznania. Właśnie dlatego teoria grafów powinna stać się elementem edukacji profesjonalistów spoza świata technologii. Prawnik powinien rozumieć grafy, bo prawo to sieć norm i odpowiedzialności. Ekonomista – bo rynek to sieć zależności i przepływów. Menedżer – gdyż organizacja jest siecią decyzji, kompetencji i wąskich gardeł. Kulturoznawca – ponieważ kultura cyfrowa opiera się na sieci widzialności i rekomendacji. Biolog – bo życie to sieć interakcji. Nawet specjalista AI musi rozumieć grafy, gdyż sama statystyka języka nie wystarczy do budowania odpowiedzialnej wiedzy. Kto ich nie rozumie, stanie się analfabetą strukturalnym w świecie, który mówi relacjami.

Nie chodzi o to, by każdy profesjonalista implementował algorytmy Dinica, Edmondsa czy Hopcrofta-Karpa od podstaw. Chodzi o kompetencję poznawczą: umiejętność rozpoznania, kiedy problem ma naturę grafową, jaka reprezentacja będzie właściwa i jakie narzędzia istnieją do jego rozwiązania. To świadomość tego, co oznacza złożoność obliczeniowa, kiedy można oczekiwać

wyniku dokładnego, a kiedy wystarczy przybliżenie; gdzie dane mogą być zwodnicze, model krzywdzący, a piękna wizualizacja okazuje się jedynie estetycznym kłamstwem. W epoce AI kluczowa będzie nie tylko umiejętność zadawania pytań modelowi, lecz zdolność rozpoznania, czy odpowiedź posiada strukturę, dowód, ścieżkę i jasno określone granice.

Przypowieść o trzech ekspertach domyka tę architekturę. Prawnik, ekonomista i informatyk weszli do tej samej organizacji. Prawnik dostrzegł obowiązki, ekonomista koszty, a informatyk dane. Każdy miał rację, lecz każdy widział tylko jedną warstwę. Dopiero gdy narysowali graf, zobaczyli, że obowiązki płyną przez węzły pozbawione zasobów, koszty ukrywają się na krawędziach pośrednich, a dane są uwięzione w strukturze uniemożliwiającej odpowiedź na najważniejsze pytania. Zrozumieli wtedy, że interdyscyplinarność to nie ozdobne zapraszanie różnych specjalistów do panelu, lecz budowa wspólnego modelu relacji. Bez grafu każdy ekspert broni własnego fragmentu ciemności.

Bon mot brzmi: graf jest konstytucją relacji, algorytm procedurą jej stosowania, złożoność budżetem czasu, a etyka pytaniem o to, komu system służy. Po drugie: dane mówią, co zapisano; graf mówi, czego zapisanie oznacza. Po trzecie: nie ma odpowiedzialnej AI bez odpowiedzialnej struktury wiedzy. Po czwarte: reprezentacja danych jest pamięcią władzy. Po piąte: jeśli nie umiesz nazwać krawędzi, nie udawaj, że rozumiesz sieć.

Na końcu tej drogi warto wrócić do punktu wyjścia i spojrzeć na niego inaczej. Zaczynaliśmy od złożoności obliczeniowej, podstaw teorii grafów, typologii, reprezentacji pamięciowych, algorytmów i zastosowań. Mogło się wydawać, że to podręcznik informatyki teoretycznej. W istocie była to lekcja realizmu współczesnej cywilizacji. Teoria grafów uczy widzieć relacje. Złożoność obliczeniowa – koszt. Algorytmy – procedury działania. Reprezentacje danych – pamięć systemu. Zastosowania zaś pokazują, że abstrakcja nie jest ucieczką od rzeczywistości, lecz często jedyną drogą, by przestała być ona mgłą.

Graf jest dyscypliną widzenia. Dowodzi, że świat nie jest zbiorem obiektów, lecz układem powiązań. Wierzchołek bez krawędzi to samotny fakt; krawędź nadaje mu miejsce w systemie. Ścieżka wskazuje możliwość działania, spójność – warunek komunikacji, a most ujawnia ryzyko rozłączenia. Wierzchołek tnący wyznacza punkt krytyczny. Cykl pokazuje powtarzalność (czasem użyteczną, czasem patologiczną), waga określa koszt, kierunek wskazuje asymetrię, a przepustowość granicę deklaracji. Dopasowanie obrazuje logikę alokacji, drzewo rozpinające – oszczędną spójność, a maksymalny przepływ realną wydolność infrastruktury.

To nie są pojęcia abstrakcyjne; to nazwy zjawisk, które codziennie decydują o tym, czy system faktycznie działa, czy tylko potrafi opowiadać, że działa. Praca prowadziła przez klasyczny aparat

teorii grafów: od definicji i typologii (grafy proste, multigrafy, pseudografy, skierowane i ważone), przez sąsiedztwo i incydencję, stopnie wierzchołków i twierdzenie o uściskach dłoni, aż po grafy pełne, cykliczne, kołowe i dwudzielne oraz kwestie spójności, izomorfizmu i ścieżek eulerowskich i hamiltonowskich. Omówiono reprezentacje macierzowe i listowe oraz algorytmy Fleury'ego, Hierholzera, Dijkstry, Bellmana-Forda, Prima, Kruskala, Forda-Fulkersona, Dinica, Hopcrofta-Karpa i Edmondsa. Ten katalog nie jest listą haseł, lecz architekturą wiedzy o świecie relacyjnym. Algorytmy są tutaj dyscypliną działania.

Algorytmy i złożoność jako fundament profesjonalnej odpowiedzialności

Fleury przypomina, że nie należy przecinać mostu, jeśli istnieje inna droga. Hierholzer pokazuje, jak budować wielkie trasy poprzez scalanie cykli. Dijkstra uczy, że w świecie nieujemnych kosztów można dążyć do najkrótszej ścieżki z rosnącą pewnością. Bellman-Ford ostrzega natomiast, że ujemne wagi i cykle wymagają większej ostrożności, gdyż system może zawierać zachęty podważające prostą ekonomię drogi. Prim wskazuje na rozwój od rdzenia, a Kruskal na wybór najtańszych relacji bez tworzenia zbędnych pętli. Ford-Fulkerson dowodzi, że przepływ rośnie dzięki ścieżkom powiększającym i wymaga ciągłej aktualizacji rezerw, podczas gdy Dinic wprowadza warstwowość, czyli porządek skali.

Hopcroft-Karp pokazuje, że dopasowanie w grafach dwudzielnych można rozwiązywać systemowo, a nie tylko lokalnie. Edmonds z kolei udowadnia, że gdy świat przestaje być dwudzielny, trzeba mieć odwagę abstrakcji, która umie zwinąć kwiat złożoności i rozwinąć go z powrotem. Złożoność obliczeniowa jest dyscypliną obietnicy. Mówi profesjonalistom: nie obiecujcie tego, czego nie rozumiecie kosztowo. Nie używajcie słowa „optymalizacja”, jeśli nie zdefiniowaliście funkcji celu. Nie mówcie o „automatyzacji”, jeśli nie wiecie, czy problem skaluje się liniowo, wielomianowo, wykładniczo czy silniowo. Nie twierdzcie, że „AI to rozwiąże”, gdy problem jest źle reprezentowany, błędnie sformułowany lub należy do klasy, w której pełna optymalność jest praktycznie nieosiągalna. Nie mówcie „mamy dane”, jeśli nie znacie istotnych relacji między nimi. Nie mówcie „mamy graf”, jeśli nie potraficie wyjaśnić znaczenia jego krawędzi.

Profesjonalizm zaczyna się od pokory wobec kosztu. Klasy P, NP, NP-zupełne i NP-trudne to nie akademicka dekoracja, lecz język granic. P określa problemy rozwiązywalne w czasie wielomianowym. NP dotyczy tych, których rozwiązania można szybko zweryfikować. NP-zupełność wskazuje na najtrudniejsze problemy w obrębie NP, a NP-trudność obejmuje zagadnienia co najmniej tak trudne jak te zupełne, często w wariantach optymalizacyjnych.

Tę klasyfikację powinni rozumieć nie tylko informatycy, ale i menedżerowie, prawnicy, ekonomiści, regulatorzy, twórcy systemów AI oraz projektanci polityk publicznych. Bez tej wiedzy łatwo pomylić trudność organizacyjną z obliczeniową, a tę drugą z brakiem dobrej woli. Tymczasem bywa, że intencje są dobre i system jest poprawnie postawiony, ale problem śmieje się wykładniczo.

Reprezentacja danych to dyscyplina pamięci. Macierz sąsiedztwa, lista sąsiedztwa i macierz incydencji uczą, że sposób zapisu relacji decyduje o tym, jakie pytania będą łatwe, a jakie kosztowne. W administracji, biznesie i nauce mechanizm jest identyczny: to, co system zapisuje jawnie, staje się widzialne; to, co zapisuje pośrednio, wymaga pracy; to zaś, czego nie zapisuje wcale, zostaje wypchnięte poza granice instytucjonalnej wyobraźni. Dlatego architektura danych nigdy nie jest neutralna – jest polityką pamięci. Instytucja widzi świat przez pryzmat własnych struktur przechowywania. Jeśli są one wadliwe, organizacja może dysponować milionami rekordów i nadal nie posiadać wiedzy.

Praktyczne zastosowania teorii grafów dowodzą, że mamy do czynienia z aparatem pierwszej potrzeby. Bazy danych grafowych pomagają analizować relacje tam, gdzie tradycyjne złączenia stają się niewygodne lub zbyt kosztowne. Sieci komputerowe opierają się na grafach, bo infrastruktura komunikacyjna jest nimi z natury. Inżynieria oprogramowania korzysta z nich, gdyż kod, zależności, stany i przepływy sterowania tworzą struktury relacyjne. Bioinformatyka wykorzystuje grafy, ponieważ życie na poziomie molekularnym to sieć interakcji. Ekonomia potrzebuje ich do analizy rynków, łańcuchów dostaw i ryzyka systemowego. Prawo wymaga grafów, gdyż normy, procedury i odpowiedzialność tworzą graf wykonalności. Kultura potrzebuje ich, bo znaczenia krążą przez sieci wpływu i rekomendacji. AI potrzebuje grafów, by język bez struktury nie zamienił się w płynną niepewność.

W tym miejscu można sformułować tezę zasadniczą: teoria grafów jest jedną z najważniejszych kompetencji cywilizacji sieciowej, ponieważ uczy widzieć skutki połączeń. W poprzednich epokach wystarczyło rozumieć hierarchię – kto stoi nad kim, kto wydaje polecenia, kto dysponuje zasobem i kto podpisuje decyzję. Dziś to nie wystarcza.

Grafy jako narzędzie krytycznej analizy władzy i odpowiedzialności

Należy rozumieć przepływ, pośrednictwo i zależność; sprzężenie zwrotne, odporność oraz wąskie gardła; centralność, peryferyjność i ryzyko kaskady. Świat przestał być pionowy, stał się sieciowy. To nie oznacza jednak, że władza zniknęła. Przeciwnie – Władza często ukryła się w topologii. Kto

kontroluje krawędzie, kontroluje możliwości ruchu. Kto panuje nad hubami, kontroluje widzialność. Kto zarządza wagami, definiuje koszt. Kto dysponuje reprezentacją, kontroluje pamięć.

Dlatego grafy są również narzędziem krytycznym. Pozwalają uderzyć w konformizm, ponieważ konformizm żyje z powierzchni. Zmienia on nazwy, nie zmieniając relacji. Ogłasza reformy, lecz nie przebudowuje ścieżek. Tworzy strategie, zamiast usuwać wąskie gardła. Rozmnaża procedury, nie mierząc przepływu. Rysuje diagramy, pomijając analizę spójności. Wprowadza cyfryzację, ale nie zmienia topologii procesu. Graf pyta wtedy okrutnie i słusznie: czy zmieniły się krawędzie? Czy skróciła się ścieżka? Czy zwiększyła się przepustowość? Czy usunięto most krytyczny? Czy zniknął cykl bez wyjścia?

Czy dopasowanie zasobów do zadań stało się lepsze? Czy odpowiedzialność ma określony kierunek? Czy system jest silnie spójny, czy jedynie słabo połączony propagandą? Jednocześnie trzeba bronić grafów przed ich własną karykaturą. Nie każdy rysunek sieci jest wiedzą. Nie każda centralność oznacza znaczenie. Nie każde sąsiedztwo stanowi dowód. Nie każda krawędź reprezentuje relację tej samej natury, a brak krawędzi nie zawsze oznacza brak związku. Nie każda waga jest obiektywna, nie każdy graf aktualny i nie każdy model sieciowy sprawiedliwy.

Krytyka technokratycznego redukcjonizmu jest niezbędna, gdyż przypomina, że graf to model rzeczywistości, a nie ona sama. Jednak odrzucenie grafów byłoby aktem poznawczej abdykacji. Jeśli nie będziemy modelować relacji odpowiedzialnie, zrobią to inni – często mniej rzetelnie i z większą ochotą na monetyzację naszej niewiedzy. Dla prawa wniosek jest jednoznaczny: należy regulować nie tylko dane, ale i relacje między nimi. Trzeba pytać, kiedy graf powiązań tworzy informację wrażliwą. Kiedy analiza sąsiedztwa staje się ryzykiem dyskryminacji. Kto odpowiada za błędnie zdefiniowaną krawędź. Czy adresat decyzji automatycznej może zakwestionować nie tylko wynik, ale i relacyjną ścieżkę, która do niego doprowadziła. Czy system compliance rozpoznaje pośrednie powiązania, unikając jednocześnie winy przez asocjację. Prawo epoki grafów musi być prawem relacyjnej odpowiedzialności, a nie tylko prawem tabelarycznych rekordów.

Grafowa kompetencja jako fundament nowoczesnego profesjonalizmu

Dla ekonomii wniosek jest jednoznaczny: konkurencja i efektywność będą coraz częściej zależeć od inteligencji strukturalnej. Nie wygra ten, kto dysponuje największą ilością danych, lecz ten, kto rozumie kluczowe relacje. Zwycięstwo nie przypadnie największej organizacji, a tej o lepszej

topologii przepływu. Przewagę zyska nie ten, kto maksymalizuje lokalne oszczędności, lecz ten, kto pojmuje globalny koszt sieci. Nie wygra centralizacja, lecz świadomość tego, kiedy centrum jest siłą, a kiedy punktem awarii. W gospodarce sieciowej przewaga konkurencyjna nie tkwi w samych aktywach, lecz w konfiguracji powiązań.

W przypadku kultury wniosek brzmi bardziej niepokojąco: widzialność stała się grafowa. To, co dostrzegamy, zależy od krawędzi rekomendacji, obserwacji, cytowań, udostępnień, reakcji i rankingów. Sfera publiczna przestała być jedynie agorą – stała się dynamicznym grafem uwagi. Jeśli ten graf projektują systemy nastawione wyłącznie na zaangażowanie, kultura będzie optymalizowana pod pobudzenie, a nie pod prawdę. Gdy mosty między wspólnotami słabną, debata publiczna zamienia się w zespół klastrów wzajemnego potwierdzania. Jeśli huby emocji zdominują mosty rozumu, społeczeństwo staje się szybkie, głośne i głupie z imponującą wydajnością.

Graf nie jest winny temu procesowi; on jedynie pozwala go dostrzec. Dla sztucznej inteligencji wniosek ten jest kluczowy: przyszłość należy do systemów łączących generowanie z relacyjną weryfikacją. LLM może być wybitnym narzędziem językowym, ale bez grafu wiedzy, źródeł, ścieżek uzasadnienia i świadomości złożoności pozostaje ryzykownym producentem prawdopodobnie brzmiących sekwencji. Profesjonalny system AI powinien potrafić powiedzieć nie tylko „oto odpowiedź", lecz także: „oto relacje, na których ją opieram; oto stopień pewności; oto miejsca sporne; oto granice obliczeniowe; oto alternatywne ścieżki interpretacji". W świecie ekspertów odpowiedź pozbawiona struktury będzie tracić na wartości, niezależnie od tego, jak aksamitnym językiem zostanie napisana.

Dla nauki wniosek jest taki, że teoria grafów łączy dyscypliny, nie zacierając ich różnic. Matematyk wnosi formalizm, informatyk reprezentację i algorytm, ekonomista koszt i alokację, prawnik normę i odpowiedzialność, kulturoznawca znaczenie i obieg symboliczny, a biolog sieci życia. Specjalista AI dostarcza modelowanie wiedzy i generowanie. Każda z tych dziedzin analizuje inny aspekt grafu, jednak wspólny aparat pozwala im na dialog bez sprowadzania treści do banału. To jest prawdziwa interdyscyplinarność: nie panel, w którym każdy mówi własnym językiem przez siedem minut, lecz wspólny model, w którym różne języki wskazują różne warstwy tej samej struktury.

Teoria grafów i złożoność obliczeniowa powinny zatem stać się elementem podstawowej kultury intelektualnej profesjonalistów. Nie po to, by każdy stawał się informatykiem, lecz dlatego, że każdy z nas funkcjonuje dziś w świecie sieci, danych, algorytmów i skali.

Prawnik bez znajomości grafów dostrzeże przepisy, ale nie zawsze zobaczy ścieżki odpowiedzialności. Ekonomista zauważy koszty, lecz przeoczy ich przesunięcia w sieci. Menedżer dostrzeże zasoby, pomijając wąskie gardła. Kulturoznawca zobaczy treści, a nie topologię ich

obiegu. Specjalista AI dostrzeże tekst, ale nie strukturę wiedzy. A obywatel będzie słyszał obietnice systemu, nie widząc, że system nie ma drogi do ich realizacji.

Przypowieść końcowa jest krótka. Pewien człowiek wszedł do ogromnego gmachu, w którym na ścianach wisiały mapy strategii, procedury jakości, wykresy efektywności i deklaracje transformacji.

Teoria grafów jako fundament nowoczesnej kompetencji intelektualnej

Zapytał, gdzie może załatwić swoją sprawę. Odesłano go do pokoju, który skierował go do formularza, ten do portalu, portal na infolinię, infolinia do regulaminu, a regulamin z powrotem do pierwszego pokoju. Wtedy człowiek przestał prosić o wyjaśnienia. Poprosił o graf. I dopiero wtedy wszyscy zobaczyli, że gmach nie był instytucją. Był cyklem bez warunku stopu.

Można to ująć w kilku ostatnich konkluzjach. Graf jest rentgenem współzależności. Algorytm – marszrutą odpowiedzialnego działania. Złożoność to rachunek, którego nie wolno ukrywać w przypisach, a reprezentacja danych jest pamięcią władzy. AI bez grafu ryzykuje elokwencję bez kręgosłupa. Prawo pozbawione topologii wykonalności staje się obietnicą z pieczątką. Gospodarka bez analizy sieciowej jest księgowością na Titanicu. Kultura bez świadomości grafu uwagi to debata prowadzona w korytarzu rekomendacji. Profesjonalista, który nie rozumie relacji, przypomina człowieka patrzącego na miasto i widzącego jedynie domy, podczas gdy umykają mu ulice, mosty, korki i ślepe zaułki.

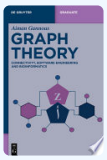
Dlatego należy bronić teorii grafów jako jednej z wielkich szkół myślenia współczesności. Nie jako technologicznego fetyszu, mody na sieci czy kolejnej ozdoby w prezentacjach. Trzeba jej bronić jako dyscypliny pozwalającej dostrzec strukturę tam, gdzie inni widzą chaos lub dekorację. Należy jej używać do projektowania lepszych baz danych, odporniejszych sieci i bezpieczniejszego oprogramowania; mądrzejszych systemów AI, uczciwszych procedur i realistycznych regulacji; sprawniejszych organizacji oraz głębszej nauki o życiu.

Graf nie zastąpi człowieka. Może jednak uchronić go przed jedną z najstarszych słabości: przekonaniem, że samo nazwanie problemu oznacza jego zrozumienie. Koniec tej pracy nie jest więc zamknięciem tematu, lecz wezwaniem do praktyki. Rysujcie grafy, ale nie poprzestawajcie na rysunkach. Definiujcie krawędzie. Ważcie koszty. Sprawdzajcie spójność. Szukajcie wąskich gardeł i rozpoznawajcie mosty. Odróżniajcie Eulera od Hamiltona; nie mylcie TSP z trasą po kawę.

Używajcie Dijkstry tam, gdzie wolno, Bellmana-Forda tam, gdzie trzeba, Prima i Kruskala tam, gdzie łączyć należy oszczędnie. Stosujcie Forda-Fulkersona i Dinica tam, gdzie przepływ decyduje o życiu systemu, a Hopcrofta-Karpa i Edmondsa tam, gdzie dopasowanie jest ważniejsze niż ręczne przesuwanie ludzi w arkuszu. A nade wszystko pamiętajcie: w świecie sieciowym pytanie „co istnieje?” to dopiero początek. Pytanie prawdziwie nowoczesne brzmi: jak to jest połączone, ile kosztuje przejście i kto odpowiada, gdy ścieżka prowadzi donikąd.

> W świecie sieciowym pytanie o to, co istnieje, jest zaledwie wstępem do rozmowy. Prawdziwe wyzwanie zaczyna się w momencie, gdy pytamy: jak te byty są połączone, jaki jest realny koszt przejścia między nimi i kto poniesie odpowiedzialność, gdy okaże się, że jedyna dostępna ścieżka prowadzi donikąd?

Inspiracje

[1] 

"Graph Theory" Aiman S Gannous

2026 | De Gruyter | ISBN: 9783119143721

Aiman S. Gannous jest profesorem nadzwyczajnym informatyki w Katedrze Informatyki Medycznej Uniwersytetu w Bengazi w Libii. Uzyskał tytuł licencjata (2001) i magistra (2008) z informatyki i sztucznej inteligencji na Uniwersytecie w Bengazi. W 2020 roku uzyskał tytuł doktora informatyki na Uniwersytecie w Denver, gdzie jego rozprawa dotyczyła certyfikacji bezpieczeństwa systemów o krytycznym znaczeniu dla bezpieczeństwa. Podczas studiów doktoranckich w Stanach Zjednoczonych był adiunktem na Uniwersytecie w Denver, Uniwersytecie Regis i Uniwersytecie Stanowym Metropolitan w Denver. Jego zainteresowania badawcze obejmują zapewnianie jakości oprogramowania, systemy o krytycznym znaczeniu dla bezpieczeństwa, informatykę medyczną, uczenie maszynowe i teorię grafów. Jest autorem podręcznika „Teoria grafów: łączność, inżynieria oprogramowania i bioinformatyka" (2026).

Aiman S. Gannous is an Associate Professor of Computer Science in the Department of Health Informatics at the University of Benghazi, Libya. He earned his B.Sc. (2001) and M.Sc. (2008) in Computer Science and Artificial Intelligence from the University of Benghazi. In 2020, he received his Ph.D. in Computer Science from the University of Denver, where his dissertation focused on the safety certification of safety-critical systems. During his doctoral studies in the United States, he served as an adjunct faculty member at the University of Denver, Regis University, and Metropolitan State University of Denver. His research interests include software quality assurance, safety-critical systems, health informatics, machine learning, and graph theory. He is the author of the textbook 'Graph Theory: Connectivity, Software Engineering and Bioinformatics' (2026).

University of Benghazi

Literatura uzupełniająca

Książki

Literatura pokrewna (Google Scholar):

[1] **"shunting-yard algorithm"**

Edsger Dijkstra

[2] **"smoothsort"**
Edsger Dijkstra

[3] **"banker's algorithm"**
Edsger Dijkstra

[4] **"Applied Dynamic Programming"**
Richard Bellman

[5] **"Bellman equation"**
Richard Bellman

[6] **"Hamilton–Jacobi–Bellman equation"**
Richard Bellman

[7] **"Kruskal–Katona theorem"**
Joseph Kruskal

[8] **"Kruskal's tree theorem"**
Joseph Kruskal

[9] **"Kruskal's algorithm"**
Joseph Kruskal

[10] **"The Design and Analysis of Computer Algorithms / A. Aho, J. Hopcroft, J. Ullman. - 1974"**
John Hopcroft

[11] **"Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation"**
John Hopcroft
2007 | Pearson

[12] **"Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation, 1st ed."**
John Hopcroft

[13] **"Mechanica"**
Leonhard Euler

[14] **"Euler's sum of powers conjecture"**
Leonhard Euler

[15] **"Theory of Systems of Rays"**
William Rowan Hamilton

[16] **"What Can Be Computed John MacCormick"**

[17] **"The Algorithm Design Manual Steven S Skiena"**

[18] **"A Course in Natural Language Processing Yannis Haralambous"**

[19] **"Introduction to Property Testing Oded Goldreich"**

[20] **"An Introduction to MultiAgent Systems Michael Wooldridge"**

Artykuły naukowe

Autorzy przywoływani:

[1] **"Spatial channel characteristics in outdoor environments and their impact on BS antenna system performance"**
Klaus I. Pedersen, Preben Mogensen, Bernard H. Fleury
2002 | DOI: 10.1109/vetec.1998.683676
Google Scholar

[2] **"An uncertainty relation for WSS processes and its application to WSSUS systems"**
Bernard H. Fleury
1996 | IEEE Transactions on Communications | DOI: 10.1109/26.545890
Google Scholar

[3] **"Approximating spatial interactions in a model of forest dynamics as a means of understanding spatial patterns"**
Nicolas Verzelen, Nicolas Picard, Sylvie Gourlet-Fleury
2006 | Ecological Complexity | DOI: 10.1016/j.ecocom.2006.03.001
Google Scholar

[4] **"URBAN SAFETY MANAGEMENT: HOW TO DEAL WITH COMPLEXITY"**
DOMINIQUE FLEURY
2007 | Advances in Complex Systems | DOI: 10.1142/s0219525907001380
Google Scholar

[5] **"Self-stabilizing systems in spite of distributed control"**
Edsger W. Dijkstra
1974 | Communications of the ACM | DOI: 10.1145/361179.361202
Google Scholar

[6] **"The structure of the “THE”-multiprogramming system"**
Edsger W. Dijkstra
1968 | Communications of the ACM | DOI: 10.1145/363095.363143
Google Scholar

[7] **"Understanding climate variability using dynamical systems theory"**
Henk A. Dijkstra
2016 | CISM International Centre for Mechanical Sciences | DOI: 10.1007/978-3-7091-1893-1_1
Google Scholar

[8] **"The Mathematical Theory of Optimal Processes"**
Richard Bellman, L. S. Pontryagin, V. G. Boltyanskiĭ, P. B. Гамкрелидзе, E. F. Mishchenko
1965 | Econometrica | DOI: 10.2307/1911909
Google Scholar

[9] **"The theory of dynamic programming"**
Richard Bellman
1954 | Bulletin of the American Mathematical Society | DOI: 10.1090/s0002-9904-1954-09848-8
Google Scholar

[10] **"Challenges of modern control theory"**
Richard Bellman
1965 | International Journal of Engineering Science | DOI: 10.1016/0020-7225(65)90052-2
Google Scholar

[11] **"Introduction to the Mathematical Theory of Control Processes, Volume I: Linear Equations and Quadratic Criteria, Volume II: Nonlinear Processes"**
Richard Bellman, John Casti
1978 | IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics | DOI: 10.1109/tsmc.1978.4309915
Google Scholar

[12] **"An Introduction to the Theory of Automorphic Functions"**

Lester R. Ford

2011 | Bulletin of Miscellaneous Information (Royal Gardens Kew)

Google Scholar

[13] **"Measuring, Understanding, and Predicting Trial Complexity at the ICTY"**

Stuart Ford

2012 | SSRN Electronic Journal | DOI: 10.2139/ssrn.2101764

Google Scholar

[14] **"Hadamard tensors and lower bounds on multiparty communication complexity"**

Jeff Ford, Anna Gál

2012 | computational complexity | DOI: 10.1007/s00037-012-0052-6

Google Scholar

[15] **"Using MBSE in Satellite Architecture Trade Studies: A Practical Example"**

Daniel Cipera, David Jacques, Thomas Ford

2019 | Systems Engineering in Context | DOI: 10.1007/978-3-030-00114-8_43

Google Scholar

[16] **"Three-way arrays: rank and uniqueness of trilinear decompositions, with application to arithmetic complexity and statistics"**

Joseph B. Kruskal

1977 | Linear Algebra and its Applications | DOI: 10.1016/0024-3795(77)90069-6

Google Scholar

[17] **"Asymptotic Theory of Hamiltonian and other Systems with all Solutions Nearly Periodic"**

Martin Kruskal

1962 | Journal of Mathematical Physics | DOI: 10.1063/1.1724285

Google Scholar

[18] **"A complexity theory of efficient parallel algorithms"**

Clyde P. Kruskal, Larry Rudolph, Marc Snir

1990 | Theoretical Computer Science | DOI: 10.1016/0304-3975(90)90192-k

Google Scholar

[19] **"On the Shortest Spanning Subtree of a Graph and the Traveling Salesman Problem (1956)"**

J. Kruskal

2021 | Ideas That Created the Future | DOI: 10.7551/mitpress/12274.003.0019

Google Scholar

[20] **"An $n^{5/2} $ Algorithm for Maximum Matchings in Bipartite Graphs"**

John E. Hopcroft, Richard M. Karp

1973 | SIAM Journal on Computing | DOI: 10.1137/0202019

Google Scholar

[21] **"Algorithm 447: efficient algorithms for graph manipulation"**

John E. Hopcroft, Robert E. Tarjan

1973 | Communications of the ACM | DOI: 10.1145/362248.362272

Google Scholar

[22] **"Introduction To Automata Theory, Languages And Computation, 3Rd Edition"**

John E. Hopcroft, Rajeev Motwani, Jeffrey D. Ullman

2012

Google Scholar

[23] **"Dividing a Graph into Triconnected Components"**

John E. Hopcroft, Robert E. Tarjan

1973 | SIAM Journal on Computing | DOI: 10.1137/0202012

Google Scholar

[24] **"Computational Complexity of Combinatorial and Graph-Theoretic Problems"**

R. M. Karp

2011 | Theoretical Computer Science | DOI: 10.1007/978-3-642-11120-4_3

Google Scholar

[25] **"Comparing Protein Interaction Networks via a Graph Match-and-Split Algorithm"**

Manikandan Narayanan, Richard M. Karp

2007 | Journal of Computational Biology | DOI: 10.1089/cmb.2007.0025

Google Scholar

[26] "A note on the application of graph theory to digital computer programming"

Richard M. Karp

1960 | Information and Control | DOI: 10.1016/s0019-9958(60)90757-9

Google Scholar

[27] "A Min-Max Relation for Submodular Functions on Graphs"

Jack Edmonds, Rick Giles

1977 | Annals of discrete mathematics | DOI: 10.1016/s0167-5060(08)70734-9

Google Scholar

[28] "Systems of distinct representatives and linear algebra"

Jack Edmonds

1967 | Journal of Research of the National Bureau of Standards Section B Mathematics and Mathematical Physics | DOI: 10.6028/jres.071b.033

Google Scholar

[29] "Context in social simulation: why it can't be wished away"

Bruce Edmonds

2011 | Computational and Mathematical Organization Theory | DOI: 10.1007/s10588-011-9100-z

Google Scholar

[30] "Counting maximal distance-independent sets in grid graphs"

Reinhardt Euler, Paweł Oleksik, Zdzisław Skupień

2013 | Discussiones Mathematicae Graph Theory | DOI: 10.7151/dmgt.1707

Google Scholar

[31] "Computational Complexity Theory"

Hamilton Emmons, Sanatan Rai

2001 | Encyclopedia of Optimization | DOI: 10.1007/0-306-48332-7_67

Google Scholar

[32] "HAMILTONIAN FIELD THEORY REVISITED: A GEOMETRIC APPROACH TO REGULARITY"

O. Krupkova, W. Hamilton, Carl Gustav Jacob

2001

Google Scholar

[33] **"Quantum Theory A Mathematical Approach"**

W. Hamilton

2015

Google Scholar

[34] **"PROFESSIONAL POSITION OF THE FUTURE PRIMARY SCHOOL TEACHER: MODERN REALITIES IN THE CONTEXT OF THE REQUIREMENTS OF THE NEW UKRAINIAN SCHOOL"**

R.M. Prima, D.A. Prima, V.V. Vitiuk

2021 | Innovate Pedagogy | DOI: 10.32843/2663-6085/2021/32-2.42

Google Scholar

Artykuły pokrewne (Google Scholar):

[35] **"Integrating Safety Certification Into Model-Based Testing of Safety-Critical Systems"**

Aiman Gannous, Anneliese Andrews

2019 | 2019 IEEE 30th International Symposium on Software Reliability Engineering (ISSRE) | DOI: 10.1109/issre.2019.00033

Google Scholar

[36] **"Toward a Systematic and Safety Evidence Productive Verification Approach for Safety-Critical Systems"**

Aiman Gannous, Anneliese Andrews, Barbara Gallina

2018 | 2018 IEEE International Symposium on Software Reliability Engineering Workshops (ISSREW) | DOI: 10.1109/issrew.2018.00026

Google Scholar

[37] **"Bridging the gap between testing and safety certification"**

Aiman Gannous, Anneliese Andrews, Barbra Gallina

2018 | 2018 IEEE Aerospace Conference | DOI: 10.1109/aero.2018.8396539

Google Scholar

[38] **"The Critical Role of Mixed Methods Research in Public Health: Insights from Real-World Case Studies"**

Abdelfattah Elbarsha, Aiman Gannous, Ibrahim Elbakosh

2024 | Libyan journal of public health practices. | DOI: 10.37376/ljphp.v1i2.7084

Google Scholar

[39] "Interstices in the Certification of Safety Critical Avionics Software: Boeing 737-MAX MCAS Case Study"

Aiman Gannous

2023 | 2023 Congress in Computer Science, Computer Engineering, & Applied Computing (CSCE) | DOI: 10.1109/csce60160.2023.00425

Google Scholar

[40] "Certification-Driven Testing of Safety-Critical Systems"

Aiman Gannous

2020 | Digital Commons - DU (University of Denver)

Google Scholar

[41] "11 Introduction"

Aiman Gannous

2025 | DOI: 10.1515/9783112218778-001

Google Scholar

[42] "Robustness Testing of Safety-critical Systems: A Portable Insulin Pump Application"

Aiman Gannous, Anneliese Andrews, Lamees Alhazzaa

2020 | 2020 International Conference on Computational Science and Computational Intelligence (CSCI) | DOI: 10.1109/csci51800.2020.00322

Google Scholar

[43] "Bibliography"

Aiman Gannous

2025 | DOI: 10.1515/9783112218778-008

Google Scholar

[44] "585 Graph applications"

Aiman Gannous

2025 | DOI: 10.1515/9783112218778-005

Google Scholar

Treść tworzy Fundacja Dobre Państwo.
Redaguje i publikuje APA ONE, autorski system redakcyjny Fundacji oparty na AI.

APA ONE Publishing System
Fundacja Dobre Państwo © 2026
Article ID: d3b07ced-f69f-4bcf-acdc-a37938a2d000